

*к.т.н. Белевцова Н.Л.  
(ГЭТУТ, г. Киев, Украина)*

## **ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ОБОЛОЧЕК ПРИ НЕОСЕССИМЕТРИЧНОЙ НАГРУЗКЕ С УЧЕТОМ ИСТОРИИ НАГРУЖЕНИЯ**

Розглядається пружно-пластичний напружений стан оболонок обертання (конічна оболонка), що знаходяться під дією неосесиметричних поверхневих сил і нерівномірного нагріву.

***Ключові слова:** конічна оболонка, термопружно-пластичний стан, неосесиметричне навантаження, історія навантаження.*

*Рассматривается упруго-пластическое напряженное состояние оболочек вращения (коническая оболочка), находящихся под действием неосесимметричных поверхностных сил и неравномерного нагрева.*

***Ключевые слова:** коническая оболочка, термоупруго-пластическое состояние, неосесимметричное нагружение, история нагружения.*

Настоящая работа является продолжением работ [1, 2]. В ней исследуется напряженное состояние оболочек вращения (на примере конической оболочки), находящихся под действием неосесимметричных поверхностных сил и неравномерного нагрева. Задача решается в геометрически линейной постановке на основе теории тонких оболочек В. В. Новожилова и гипотез Кирхгоффа-Лява [3]. В качестве теории используется теория простых процессов нагружения с учетом истории их протекания [4, 5]. Физические соотношения линеаризуются методом последовательных приближений в форме переменных параметров упругости [6]. Механические характеристики материала зависят от температуры, деформации ползучести не учитываются.

**Цель работы.** Исследование упруго-пластического напряженного состояния оболочек при неосесимметричной нагрузке с учетом истории нагружения

Разрешающая система уравнений для такого класса задач, полученная в [1], имеет вид:

$$\frac{\partial \bar{N}}{\partial S} = \Phi \left( \bar{N}; \frac{\partial \bar{N}}{\partial \theta}; \frac{\partial^2 \bar{N}}{\partial \theta^2}; \frac{\partial^3 \bar{N}}{\partial \theta^3}; \frac{\partial^4 \bar{N}}{\partial \theta^4} \right), \quad (1)$$

где  $\bar{N}$  - вектор разрешающих функций  $N \{N_r; N_z; \hat{S}; M_S; U_r; U_z; \nu; \nu_S\}$ ;

$N_r; N_z$  - проекции усилий на радиальное и осевое направления;

$\hat{S}$  - приведенное сдвигающее усилие;

$U_r; U_z; \nu$  - компоненты тензора перемещений срединной поверхности оболочки;

$\nu_S$  - угол поворота нормали срединной поверхности оболочки в плоскости  $\theta = \text{const}$ .

История нагружения учитывается членами, входящими в (1):

$$\begin{aligned} N_S^o &= \int_{-h/2}^{h/2} \frac{2G^*}{1-\nu^*} (\varepsilon_S^{1p} + \nu^* \varepsilon_\theta^{1p}) d\xi; \\ M_S^o &= \int_{-h/2}^{h/2} \frac{2G^*}{1-\nu^*} (\varepsilon_S^{1p} + \nu^* \varepsilon_\theta^{1p}) \xi d\xi; \\ S^0 &= \int_{-h/2}^{h/2} G^* \varepsilon_{S\theta}^{1p} d\xi; \quad H^0 = \int_{-h/2}^{h/2} G^* \xi \varepsilon_{S\theta}^{1p} d\xi; (S; \theta), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $G^*; \nu^*$  - переменные параметры упругости, которые определяются из предыдущего приближения [6];

$\varepsilon_S^{1p}; \varepsilon_\theta^{1p}; \varepsilon_{S\theta}^{1p}$  - пластические составляющие компонент тензора деформаций в момент начала разгрузки, которые определяются зависимостями:

$$\varepsilon_S^{1p} = (\psi - 1/2G) (\sigma_S - \sigma_o); \quad \varepsilon_\theta^{1p} = (\psi - 1/2G) \sigma_{S\theta}, \quad (3)$$

где  $\sigma_S; \sigma_\theta; \sigma_{S\theta}$  - компоненты тензора напряжений;  $\sigma_o$  - среднее нормальное напряжение;

$\psi$  - функция пластичности; символ  $(S; \theta)$  означает перестановку индексов.

Численно задачу решаем методом Рунга-Кутты с дискретной ортогонализацией по С. К. Годунову [7].

Исследуем напряженное состояние оболочки вращения постоянной толщины при неосесимметричных простых неизотермических процессах нагружения с учетом истории их протекания. Для этого рассмот-

рим термоупруго-пластическое напряженное состояние конической оболочки с геометрией  $R=20,2$  см;  $h=2$  см;  $L=40$  см;  $\varphi = 20^\circ$  (рисунок 1). Оболочка находится в условиях конвективного теплообмена. Температура среды, омывающая оболочку, подчиняется неосесимметричному закону распределения:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 20^\circ C; \quad \theta_3 = [500 - 480e^{-tc}]^\circ C; \\ \theta_2 &= [(600 - 580e^{-1,5tc})(1 + 0,25\cos\theta)]^\circ C, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  и  $\theta_3$  - температуры на наружной, внутренней поверхностях оболочки и ее правого торца соответственно, левый торец оболочки теплоизолированный.

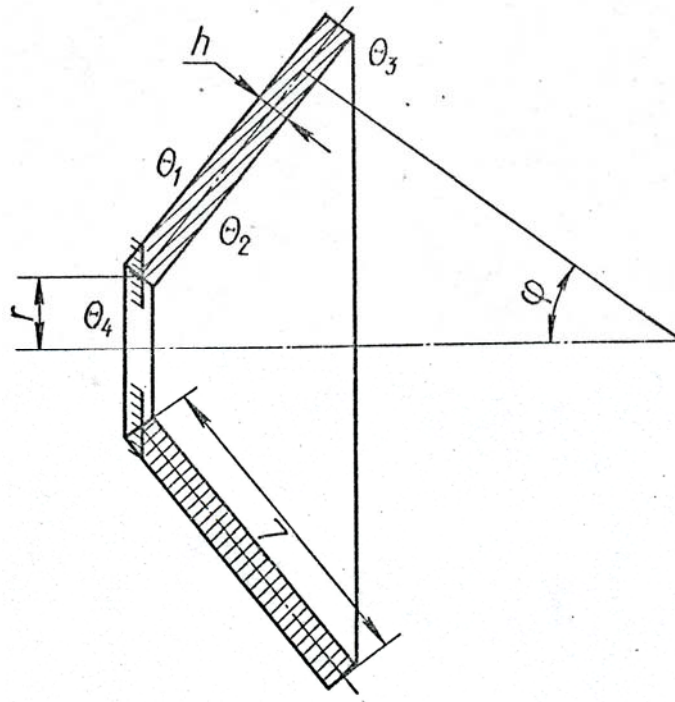


Рисунок 1 – Коническая оболочка постоянной толщины

Теплофизические характеристики материала исследуемой конической оболочки приведены в [2].

Температурное поле для оболочки получено при решении задачи теплопроводности при следующем разбиении:  $K_s = 41$ ,  $K_\theta = 19$ ,  $(0 \leq \theta \leq \pi)$ ,  $K_z = 5$ . По толщине оболочки температура аппроксимирована полиномом пятой степени. Так как температурное

поле представлено двумя гармониками по косинусам, то в силу линейности задачи в решении удерживалось два члена ряда.

Изменение температурного поля по толщине оболочки с течением времени для сечений  $\theta=0$ ,  $\theta=\pi/2$ ,  $\theta=\pi$  и значения меридиональной координаты  $S=0$ ,  $S=40$  см показано на рисунке 2. Оболочка выполнена из стали ЭИ-395. Слева оболочка жестко закреплена, а справа имеет свободный край.

Граничные условия выражаются через основные функции. Для оценки точности определения напряженно-деформированного состояния конической оболочки расчет ее проводился при следующих вариантах разбиения:

$$1 - K_s = 41, K_\theta = 19, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 5;$$

$$2 - K_s = 81, K_\theta = 19, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 5;$$

$$3 - K_s = 41, K_\theta = 37, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 5;$$

$$4 - K_s = 41, K_\theta = 15, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 7.$$

Искомые функции при первом варианте разбиения представлялись первыми двумя, тремя и четырьмя гармониками по косинусам. Результаты вычислений показали, что учет третьей гармоники уточняет результаты не более 1%, а учет первых четырех гармоник - не более 1,5% по сравнению с результатами при представлении искомых функций двумя первыми гармониками. Различие результатов по напряжениям второго варианта разбиения не превышает 1,8%, третьего - не более 1,5% и четвертого - не больше 2% по сравнению с первым вариантом разбиения. Поэтому расчет проводился по первому варианту разбиения, и искомое решение представлялось двумя первыми гармониками по косинусам.

Расчет оболочки проводился поэтапно. Этапы нагружения до 1 секунды брались с шагом 0,0625 секунд, а в интервале от 1 до 10 секунд - с шагом 1 секунда. Наибольшее напряженное состояние в оболочке возникает в начальные моменты времени, поэтому исследование упругопластического состояния проводится в течение первых 10 секунд.

Зоны пластичности оболочки приведены в [1]. Первые пластические деформации возникают на 0,625 секунде вблизи заделки при  $S=0$  на внутренней поверхности оболочки и распространяются по этой поверхности вдоль меридиональной координаты  $S$ . Вторая и третья зоны пластичности возникают на 5 секунде на наружной поверхности оболочки при значениях меридиональной координаты  $S=32-36$  см и  $S=8-12$  см соответственно в сечении  $\theta=0$ . С течением времени первая и третья зоны пластичности, сливаются в одну.

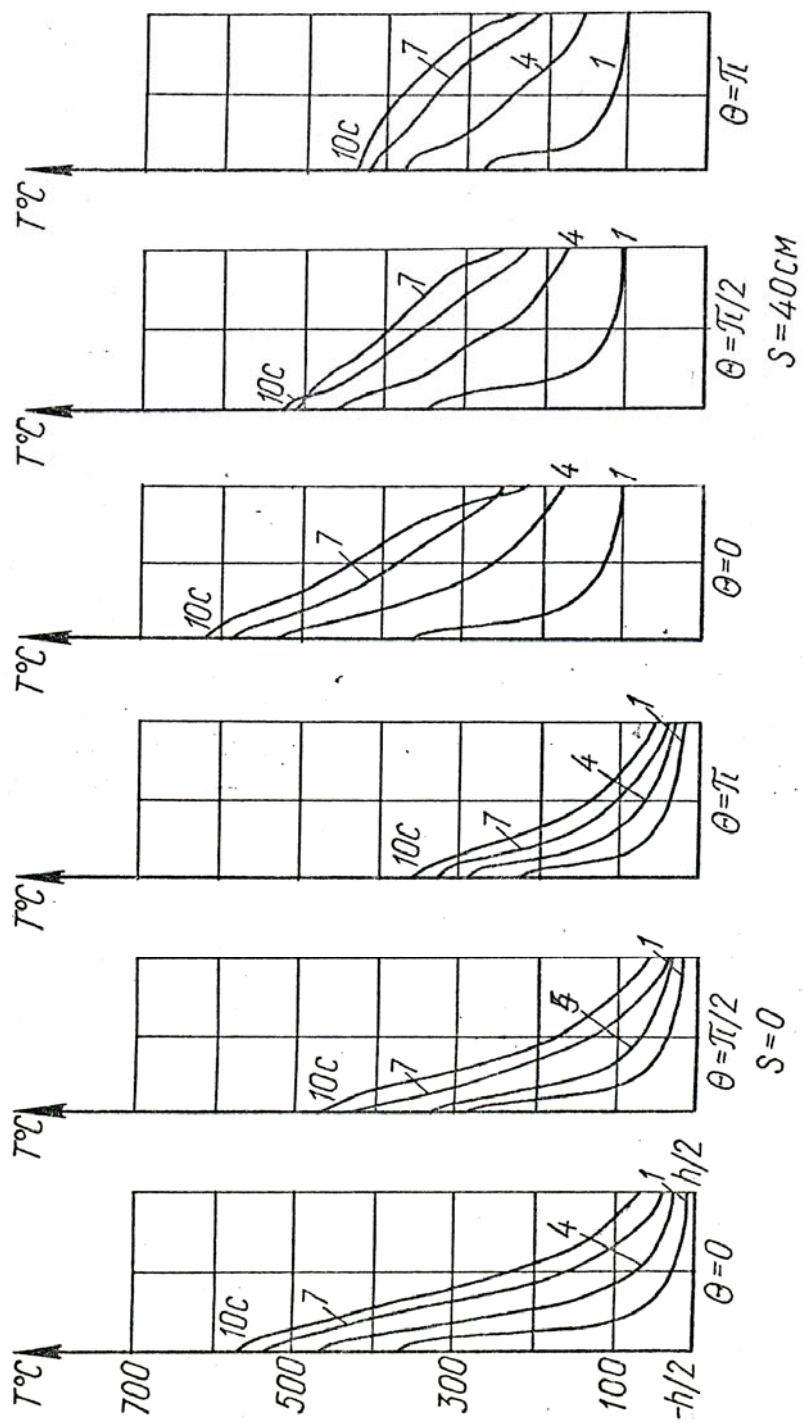


Рисунок 2 – Изменение температуры по толщине оболочке с течением времени

Разгрузка впервые возникает в области свободного края оболочки на внутренней поверхности и распространяется по этой поверхности вдоль меридиана.

На рисунке 3 для момента времени 10 секунд штриховой линией показаны напряжения, найденные без учета истории нагружения, а сплошными линиями (кривые 1, 2, 3) - с учетом истории протекания процесса. Из рисунка видно, что учет истории нагружения уменьшает расчетные напряжения для точек внутренней поверхности оболочки: меридиональные (кривая 1) – не более чем в 1,17 раза, а окружные (кривая 2) - не более чем в 1,7 раза. Касательные напряжения для точек внутренней поверхности оболочки (кривая 3), рассчитанные с учетом истории нагружения, уменьшаются до 47 % по сравнению с такими же напряжениями, полученными без учета истории.

Сравним напряжения на наружной и внутренней поверхностях оболочки (рисунки 3, 4): меридиональные напряжения  $\sigma_s$  - в зоне максимальных значений при  $\theta=\pi$ ; окружные напряжения  $\sigma_\theta$  - в сечении  $\theta=0$  и касательные напряжения  $\sigma_{s\theta}$  - в сечении  $\theta=\pi/2$ . Меридиональные напряжения  $\sigma_s$  у левого края оболочки в жестком закреплении на наружной поверхности оболочки по абсолютной величине больше, аналогичных напряжений на внешней поверхности, на 8 %, значение напряжения  $\sigma_s$  в области максимальных значений - больше на 26 %. У правого свободного края значение напряжения  $\sigma_s$  одного знака и на наружной поверхности больше на 23 % от напряжений на внутренней поверхности.

Окружные напряжения  $\sigma_\theta$  у левого жестко закрепленного края на внутренней поверхности оболочки до 10 раз превышают напряжения на внешней ее поверхности. Вблизи свободного края справа напряжения  $\sigma_\theta$  на внешней поверхности превышают аналогичные напряжения на внутренней поверхности по абсолютной величине уже в 2,5 раза.

Максимальные касательные напряжения  $\sigma_{s\theta}$  в жестком закреплении оболочки слева на внешней поверхности превышают аналогичные напряжения на внутренней поверхности в 3,3 раза.

Учет истории нагружения уменьшает расчетные напряжения для наружной поверхности оболочки: меридиональные  $\sigma_s$  (кривая 1) и окружные (кривая 2) уменьшаются до 5 %; касательные напряжения  $\sigma_{s\theta}$  уменьшаются до 20 %.

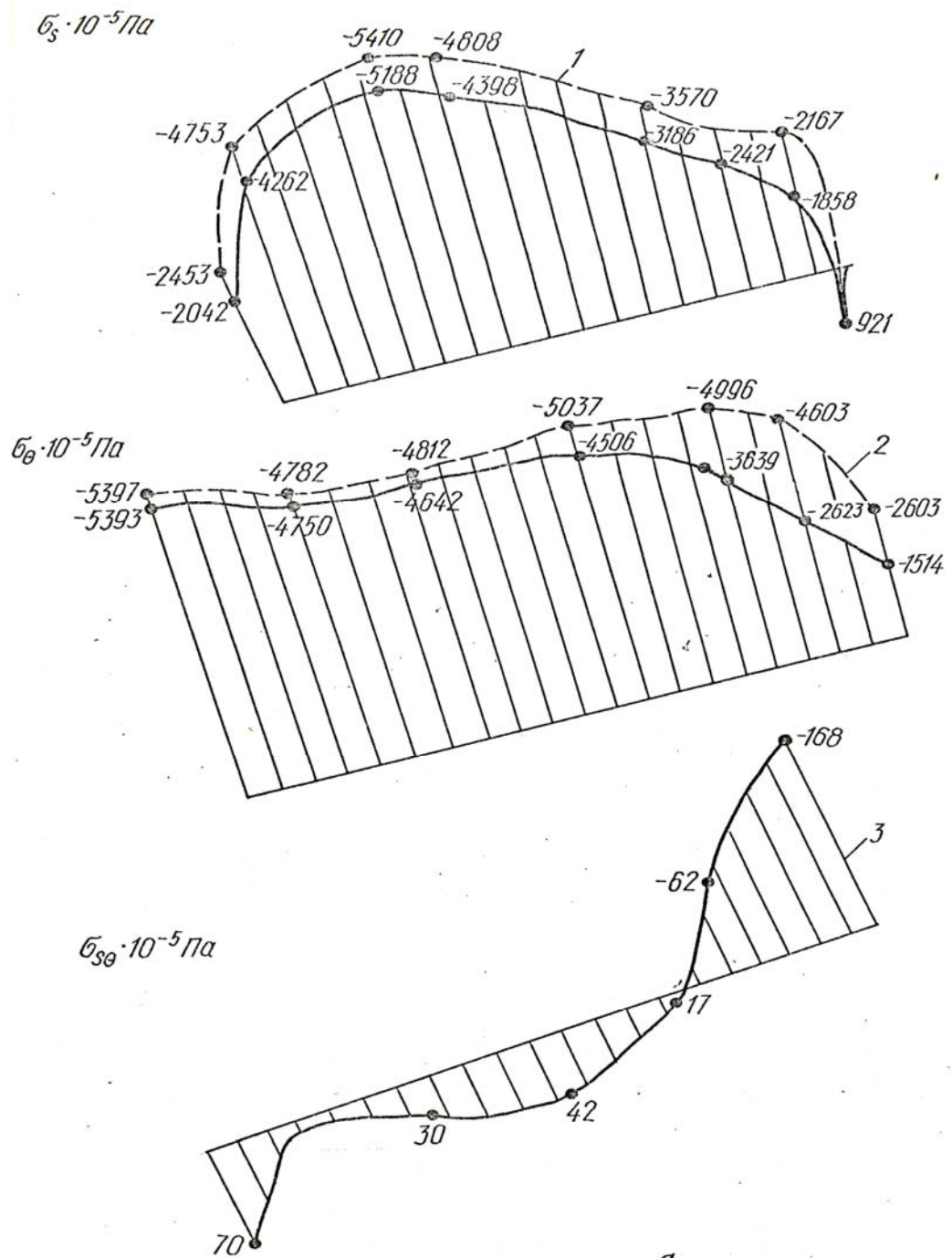


Рисунок 3 – Эпюры напряжений вдоль координаты S:

1 –  $\sigma_s$ , при  $\theta = \pi$ ,  $\xi = -h/2$ ;

2 –  $\sigma_\theta$ , при  $\theta = 0$ ,  $\xi = -h/2$ ;

3 –  $\sigma_{s\theta}$ , при  $\theta = \pi/2$ ,  $\xi = -h/2$ .

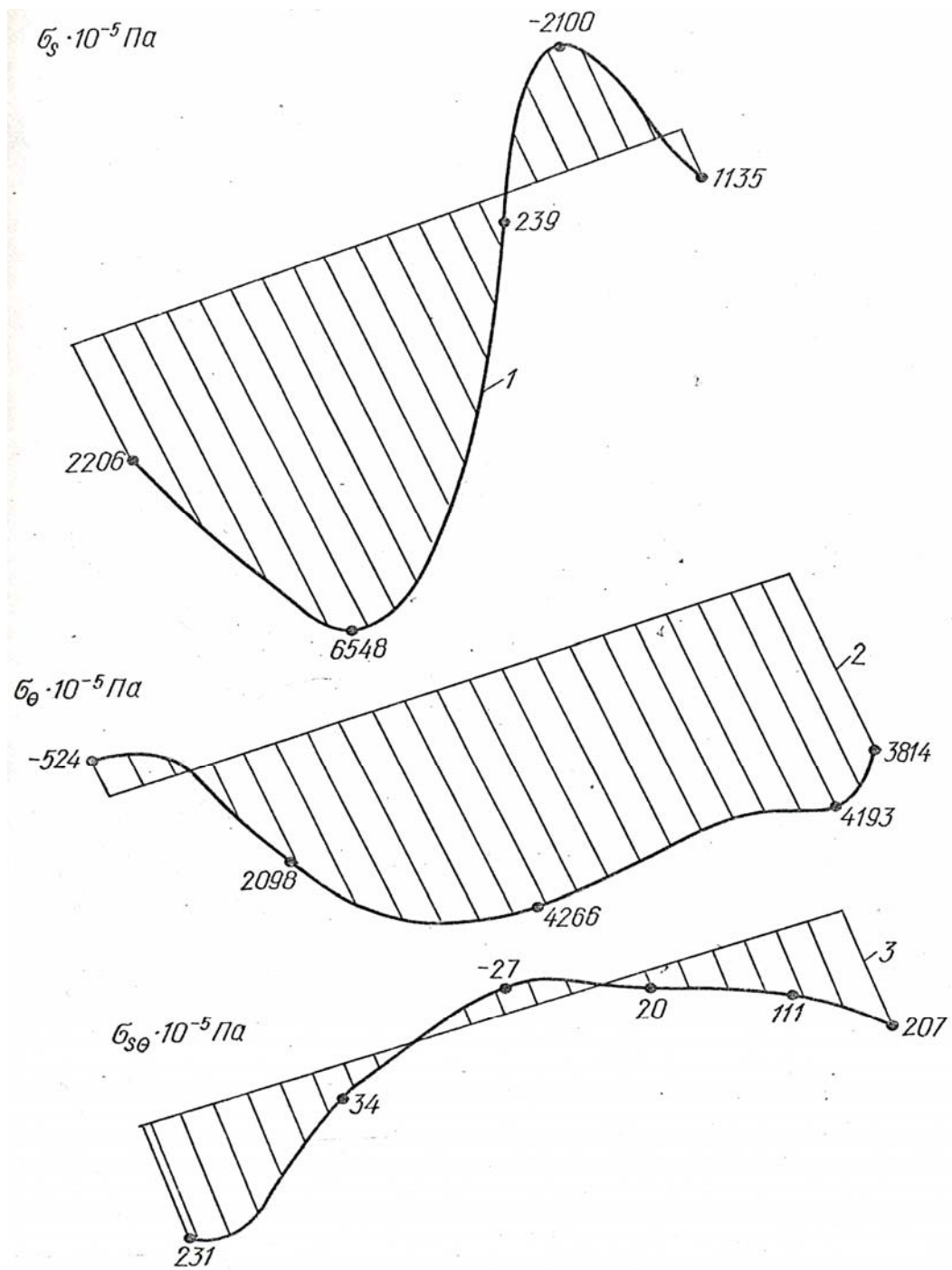


Рисунок 4 – Эпюры напряжений вдоль координаты  $S$ :

- 1 –  $\sigma_s$ , при  $\theta = \pi, \xi = h/2$ ;
- 2 –  $\sigma_\theta$ , при  $\theta = 0, \xi = h/2$ ;
- 3 –  $\sigma_{s\theta}$ , при  $\theta = \pi/2, \xi = h/2$



**Выводы.** Таким образом, учет истории нагружения является необходимым, так как сильно влияет на напряженное состояние конической оболочки, уменьшая напряжения от 5 % до 47 %.

### **Библиографический список**

1. Белевцова Н.Л. Термоупруго-пластическое напряженное состояние оболочек вращения при неосесимметричной нагрузке с учетом истории нагружения / Н.Л. Белевцова // Прикладная механика, 1982. – №18. – С. 117-120.

2. Белевцова Н.Л. Неосесимметричный пружно-пластичний напружений стан конічної оболонки з урахуванням історії навантаження/ Н.Л. Белевцова // Зб. наук. пр. КУЕТТ: Транспортні системи і технології, 2005. – Випуск 8. – С. 18-21.

3. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек / В.В. Новожилов. – Л.: Судпромгиз, 1962. - 432 с.

Ильюшин А. А. Пластичность / А.А. Ильюшин. – М.: Гостехиздат, 1948. – 376 с.

5. Шевченко Ю.Н. Методы расчета оболочек: в 5 т. / Ю.Н. Шевченко, И.В. Прохоренко. – Киев: Наукова думка, 1981. - т.3: Теория упруго-пластических оболочек при неизотермических процессах нагружения, 1981. – 296 с.

6. Некоторые общие методы решения задач теории пластичности / И.И. Биргер // Прикладная математика и механика, 1951. – № 6.- С.765-770.

7. Годунов С.К. О численном решении задач/ С.К. Годунов // Успехи математических наук, 1961. – № 3. – С. 171-174.

*Рекомендована к печати д.т.н., проф. Должиковым П.Н.*