

УДК 536.252:532.527.2

д.т.н. Мочалин Е. В.,
Юрьев С. А.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Україна)

РАСЧЕТНЫЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В КОЛЬЦЕВОМ ЗАЗОРЕ МЕЖДУ ВРАЩАЮЩИМИСЯ ЦИЛИНДРАМИ

Рассмотрены основные подходы к численному моделированию турбулентных течений в кольцевой области между вращающимися цилиндрами (течения Куэтта-Тейлора). Получены расчётные результаты, коррелирующие с известными экспериментальными результатами. На основе сравнительного анализа предложена наиболее подходящая дифференциальная модель турбулентности для расчёта сопряженных задач гидродинамики и теплообмена в потоке Куэтта-Тейлора.

Ключевые слова: численное моделирование, модели турбулентности, течение Куэтта-Тейлора.

Введение. В настоящее время наиболее действенным подходом к изучению турбулентности является аналитический, основанный на исходной посылке о том, что для математического описания турбулентных течений приемлемой является система уравнений Навье – Стокса, описывающая характеристики мгновенного течения жидкости. Основными инструментами для расчета турбулентных течений являются численные методы, широкое использование которых стало возможным благодаря быстрому совершенствованию вычислительной техники. Однако, несмотря на пристальный интерес, до настоящего времени не существует универсального подхода к расчету турбулентных течений, позволяющего адекватно отражать некоторые аспекты этих течений, проявляющиеся в разнообразных частных случаях.

Самым доступным остается использование различных моделей турбулентности в сочетании с осредненными по Рейнольдсу уравнениями Навье-Стокса (Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations – RANS). Этот подход к численному моделированию менее требователен к вычислительным ресурсам и поэтому более доступен, а также не имеет выраженного ограничения по степени турбулентности рассматриваемых течений. Однако его применение тре-

бует особого внимания к верификации полученного решения. Все модели турбулентности, применяемые в рамках использования RANS уравнений, содержат эмпирические зависимости и коэффициенты, калиброванные на определенного рода течениях. Поэтому ни одна из таких моделей не обеспечивает наиболее адекватные результаты во всех случаях. Более того, известно [1], что простые алгебраические модели в рамках своей применимости могут обеспечивать результаты не худшие, чем более сложные дифференциальные модели. Кроме этого, следует иметь в виду, что та или иная модель турбулентности может адекватно отражать одни особенности или закономерности рассматриваемого турбулентного потока, и не отражать или исказить другие. В этом случае успех расчета зависит от того, какие физические особенности являются в данном конкретном случае преобладающими и в какой степени.

При описании течения Куэтта-Тейлора также наиболее приемлемым в настоящее время является использование RANS уравнений вместе с подходящей дифференциальной моделью турбулентности.

© Мочалин Е.В., 2014

© Юрьев С.А., 2014

Подходящей в данном случае следует считать модель, приспособленную для расчета пристенных течений и течений с кривизной линий тока. Кроме этого, использование так называемых пристеночных функций [2] в процедуре учета граничных условий для характеристик турбулентности вблизи твердых стенок не является оправданным, так как аппарат пристеночных функций разработан для условий локального равновесия, когда генерация турбулентной энергии и скорость ее диссипации приравниваются друг другу. Такие условия не имеют места, в частности, при отсосе (вдуве) среды через проникаемую поверхность. В последнем случае необходимо подробное разрешение ламинарного подслоя, что носит название «низкорейнольдсовой» формулировки. Подробные сведения о разнообразных аспектах применения различных дифференциальных моделей турбулентности можно найти, например, в работах [2,3].

Целью настоящей работы является сравнительное тестирование наиболее перспективных для исследования потока снаружи вращающегося проникаемого цилиндра дифференциальных моделей турбулентности и сопоставление результатов расчета с известными экспериментальными данными. Исследования такого рода необходимы для верификации расчетного подхода к изучению сопряженных гидродинамических и тепловых процессов во вращающихся системах, которые широко распространены в технике.

Постановка задачи. Если говорить о потоках между соосными вращающимися цилиндрами, то наиболее достоверные экспериментальные данные по гидродинамике и теплообмену в области турбулентных режимов течения получены для классического случая потока между неподвижным внешним и вращающимся внутренним непроницаемыми цилиндрами [4-7]. Поэтому в качестве тестовой для сравнительного анализа расчетных подходов мы будем использовать именно эту задачу.

Область течения в классической задаче Куэтта-Тейлора характеризуется очень простой геометрией и обладает осевой симметрией. Соответствующая расчетная схема представлена на рисунке 1. Рассматривается движение жидкости (газа) в кольцевой области между наружной поверхностью внутреннего цилиндра с радиусом R_1 и внутренней поверхностью внешнего цилиндра с радиусом R_2 . Внешний цилиндр неподвижен, а внутренний вращается с угловой скоростью Ω .

Будем рассматривать неизотермическое течение Куэтта-Тэйлора между непроницаемыми цилиндрами в осесимметричной формулировке по схеме на рисунке 1. Нас интересует диапазон больших значений вращательного числа Рейнольдса $Re_h = 8000 - 1 \cdot 10^5$, определяемого соотношением

$$Re_h = \frac{WR_1 h}{\nu}, \quad (1)$$

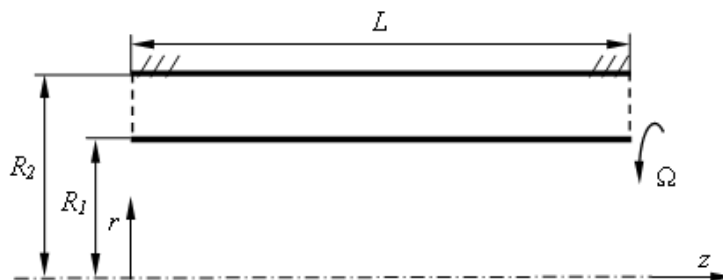


Рисунок 1 — Расчетная схема области течения в задаче Куэтта-Тейлора.

где $W = \Omega R_1$ — характерная окружная скорость, ν — кинематическая вязкость, $h = R_2 - R_1$ — ширина кольцевого зазора. Для данного диапазона в современной литературе недостаточно расчётных данных.

Для всех расчетных уравнений на границах $z = 0, z = L$ используются условия периодичности в осевом направлении, что чаще всего применяется в известных работах, посвященных расчету турбулентных течений Куэтта-Тэйлора. При этом длина расчетной области должна быть выбрана близкой к осевому размеру пары турбулентных вихрей Тэйлора (длине волны).

На поверхностях цилиндров для скорости используется условие «прилипания». На поверхности неподвижного цилиндра задается постоянная температура T_2 , а на поверхности внутреннего цилиндра — постоянный тепловой поток q_1 .

Для размеров области принято: $\tilde{h} = h/R_1 = 0,462, L/h = 2,4$.

В качестве одной из рассматриваемых альтернатив использования RANS моделей турбулентности выберем SST $k - \omega$ модель Ментера, которая в рамках применения гипотезы Буссинеска о скалярном коэффициенте турбулентной вязкости сочетает в себе лучшие свойства $k - \omega$ модели в пристенной области и преимущества $k - \varepsilon$ модели вдали от стенок. Как конкурирующую будем рассматривать модель переноса напряжений Рейнольдса (RSM). Эта модель предусматривает решение дифференциальных уравнений переноса всех компонент турбулентных напряжений и изначально свободна от ограничения в виде гипотезы Буссинеска о скалярном коэффициенте турбулентной вязкости. Описание этой модели можно найти, например в [8].

Для численного решения всех дифференциальных уравнений переноса импульса, тепла и характеристик турбулентности используется метод конечных объемов. В [3] дана подробная характеристика всех основных аспектов применения данного

метода к общему уравнению переноса скалярной величины, а также описание используемой численной процедуры совместного решения уравнений переноса компонент импульса и неразрывности. Там же изложены и особенности выбранного подхода к решению систем линейных уравнений, контроля и управления сходимостью итерационной процедуры. Поэтому перечислим только основные подходы к аппроксимации и схемные решения.

Для аппроксимации конвективных слагаемых в уравнениях переноса используется противопоточная схема QUICK, которая обеспечивает 3-й порядок точности на структурированных слабоискривленных сетках.

Для представления диффузионных членов принята центрально-разностная схема второго порядка, предложенная в работе [9] и рассмотренная в [10].

Нестационарные члены аппроксимируются на основе полностью неявной схемы второго порядка точности.

На основе дискретизированного уравнения неразрывности формулируются соотношения для коррекции значений давления. При этом используется усовершенствованная процедура SIMPLEC [11], демонстрирующая ускоренную сходимость по сравнению с базовым алгоритмом SIMPLE [12].

Дискретные значения компонент скорости и давления определяются и хранятся для центров расчетных ячеек, что соответствует центрированному несмещенному разностному шаблону. Для предотвращения нефизических осцилляций, которые могут иметь место в такой ситуации [12], используется коррекция Рхи-Чоу [13].

Высокая эффективность решения систем линейных уравнений обеспечена использованием итерационной процедуры Гаусса-Зейделя в сочетании с методом алгебраического многосеточного ускорителя (Algebraic Multigrid — AMG) в интерпретации, изложенной в работе [3].

Для контролю над сходимостью численного решения используется техника нижней релаксации, которая основана на введении релаксационных коэффициентов, корректирующих новые значения зависимых величин при переходе к следующей итерации.

Результаты. Чтобы определить наиболее подходящую модель турбулентности, которая максимально подходит для расчета течений в кольцевой области, сравним

результаты численного решения тестовой задачи, полученные с применением двух моделей турбулентности с экспериментальными данными [14] по двум критериям: безразмерной окружной скорости U_φ/W и безразмерной температуре $\Theta(r) = \frac{T(r) - T}{T_2 - T}$. Эти результаты представлены на рисунке 2.

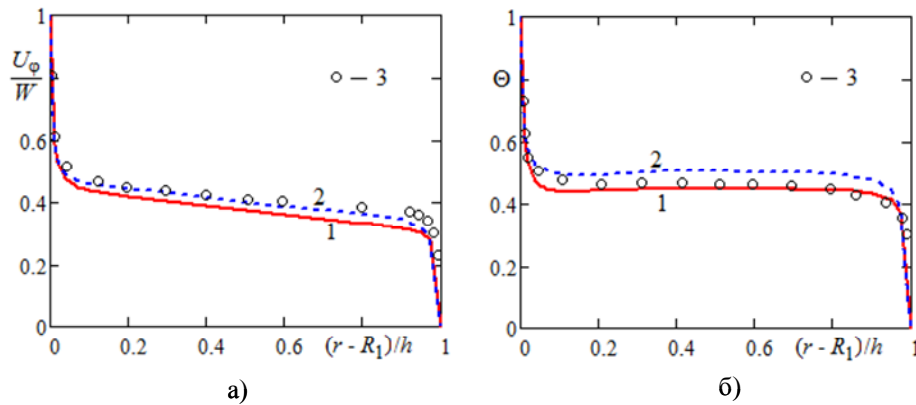


Рисунок 2 — Распределение безразмерной окружной скорости (а) и безразмерной температуры (б) по сечению кольцевой области ($Re_h = 1 \cdot 10^5$, $\tilde{h} = 0.462$): 1 — расчет, модель RSM; 2 — расчет, модель SST $k-\omega$; 3 — эксперимент [14]

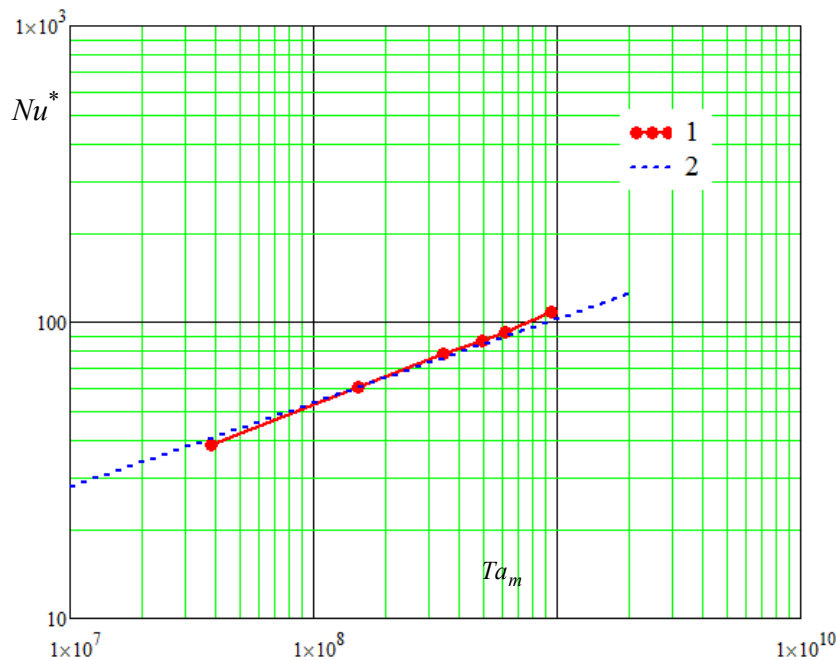


Рисунок 3 — Сравнение расчетных и экспериментальных данных по коэффициенту теплоотдачи от вращающегося цилиндра: 1 — расчете с использованием модели RSM; 2 — аппроксимирующая экспериментальная зависимость [14]

Рассматриваются усредненные в окружном и осевом пространственных направлениях, а также во времени, величины.

Из полученных результатов видно, что две используемые модели турбулентности в целом достаточно хорошо соотносятся с экспериментом. Однако модель RSM оказывается точнее вблизи стенки, что позволяет предположить преимущество её использования в дальнейших расчётах. Но прежде необходимо сопоставить с известными экспериментальными данными результаты, полученные с применением этой модели, по расчёту такой важной интегральной характеристики, как коэффициент теплоотдачи — число Нуссельта Nu^* . Такой анализ представлен на рисунке 3. Число Нуссельта и модифицированное число Тэйлора определяются следующим образом:

$$Nu^* = \frac{q^* 2h}{\lambda(T_2 - T_1)}, \quad (2)$$

$$Ta_m = \frac{2\Omega^2 R_1^2 h^3}{\nu^2 (R_1 + R_2)} \left(\frac{1697}{\pi^4} C \right), \quad (3)$$

$$C = 0.0571 \left(1 - 0.652 \frac{h}{R_1} \right) + 0.00056 \left(1 - 0.652 \frac{h}{R_1} \right)^{-1}$$

Бібліографічний список

1. Лойцянский Л. Г. *Механика жидкости и газа* / Л. Г. Лойцянский. — М.: Наука, 1987. — 840 с.
2. Белов И. А. *Моделирование турбулентных течений : учебн. пособ.* / И. А. Белов, С. А. Исаев. — СПб.: Балт. гос. тех. университет, 2001. — 108 с.
3. Мочалин Е. В. *Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил* / Е. В. Мочалин, А. А. Халатов. — Киев : Ин-т техн. теплофизики НАН Украины. — Т. 8 : *Гидродинамика закрученного потока в ротационных фильтрах.* — 2010. — 428 с.
4. Koschmieder E. L. *Turbulent Taylor vortex flow* / E. L. Koschmieder // *J. Fluid Mech.* — 1979. — Vol. 93. — P. 515–527.
5. Smith J. P. *Turbulent Couette flow between concentric cylinders at large Taylor numbers* / J. P. Smith, A. A. Townsend // *J. Fluid Mech.* — 1982. — Vol. 123. — P. 187–217.

где q^* — удельный тепловой поток через среднелогарифмическую поверхность цилиндров, радиус которой

$$R^* = \frac{R_2 - R_1}{\ln(R_2/R_1)}, \quad \lambda — \text{коэффициент теплопроводности, } T_1, T_2 — \text{температуры поверхностей внутреннего и внешнего цилиндров.}$$

Вывод. Приведенные результаты показывают, что обе сравниваемые модели турбулентности обеспечивают удовлетворительные результаты в широком диапазоне чисел Re_h : от начала области турбулентного макровихревого движения до границы различимости крупномасштабных вторичных течений. Тем не менее, модель переноса напряжений Рейнольдса (RSM) демонстрирует несколько лучшие результаты в окрестности стенок, а также при расчёте полей температуры, несмотря на немного большие вычислительные затраты.

Таким образом, можно сказать, при моделировании течения Куэтта-Тэйлора наиболее подходящей является RSM модель турбулентности. Особенно уместна эта модель в том случае, когда добавляется вынужденное радиальное течение среды через проницаемые поверхности цилиндров. В этом случае возрастают градиенты скорости и температуры вблизи поверхности вращающегося цилиндра.

Таким образом, можно сказать, при моделировании течения Куэтта-Тэйлора наиболее подходящей является RSM модель турбулентности. Особенно уместна эта модель в том случае, когда добавляется вынужденное радиальное течение среды через проницаемые поверхности цилиндров. В этом случае возрастают градиенты скорости и температуры вблизи поверхности вращающегося цилиндра.

6. Becker K. M. *Measurement of diabatic flow in an annulus with inner rotating cylinder* / K. M. Becker, J. Kaye // *Trans. of the ASME, Journ. of Heat Transfer*. — 1962. — Vol. 84. — P. 97–105.
7. Bjorclund I. S. *Heat transfer between concentric rotating cylinders* / I. S. Bjorclund, W. M. Kays // *Trans. of the ASME, Journ. of Heat Transfer*. — 1959. — Vol. 81. — P. 175–186.
8. Wilcox D. C. *Turbulence modeling for CFD* / D. C. Wilcox. — La Canada, California: DCW Industries, Inc., 1998. — 537 p.
9. Ferziger J. H. *Computational methods for fluid dynamics* / J. H. Ferziger, M. Peric. — Berlin, Heidelberg, 1999. — 389 p.
10. Численное моделирование вихревой интенсификации теплообмена в пакетах труб / Ю. А. Быстров, С. А. Исаев, Н. А. Кудрявцев, А. И. Леонтьев. — СПб.: Судостроение, 2005. — 392 с.
11. Van Doormaal J. R. *Enhancement of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flow* / J. R. Van Doormaal, G. D. Raithby // *Numer. Heat Transfer*. — 1984. — V.7, No. 2. — P. 147–163.
12. Патанкар С. *Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости* / С. Патанкар. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 152 с.
13. Рхи С. М. *Численный расчет турбулентного обтекания профиля с отрывом у задней кромки* / С. М. Рхи, У. Л. Чоу // *Аэрокосмическая техника*. — 1984. — Т.2, №7. — С. 33–43.
14. Устименко Б. П. *Процессы турбулентного переноса во вращающихся течениях* / Б. П. Устименко. — Алма-Ата: Наука, 1977. — 228 с.

**Рекомендована к печати д.т.н., проф. Бабиюком Г. В.,
д.т.н. ИГТМ НАН Украины Семененко Е. В.**

Статья поступила в редакцию 17.06.14.

д.т.н. Мочалин Є. В., Юр'єв С. О. (ДонДТУ, м. Алчевськ, Україна)

РОЗРАХУНКОВИЙ ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ ТУРБУЛЕНТНОЇ ТЕЧІЇ В КІЛЬЦЕВОМУ ЗАОРІ МІЖ ОБЕРТОВИМИ ЦІЛІНДРАМИ

Розглянуто основні підходи до чисельного моделювання турбулентних течій в кільцевій області між обертовими циліндрами (течії Куєтта-Тейлора). Отримано розрахункові результати, що корелюють з відомими експериментальними результатами. На основі порівняльного аналізу запропоновано найбільш підходяща диференціальна модель турбулентності для розрахунку сполучених завдань гідродинаміки і теплообміну в потоці Куєтта-Тейлора.

Ключові слова: чисельне моделювання, моделі турбулентності, течія Куєтта-Тейлора.

Mochalin Ye. V. Doctor of Engineering Sciences, Yuryev S. A. (DonSTU, Alchevsk, Ukraine)

COMPUTATIONAL APPROACH TO THE MODELING OF TURBULENT FLOW IN THE ANNULAR REGION BETWEEN ROTATING CYLINDERS

The main approaches to the numerical simulation of turbulent flows in the annular region between rotating cylinders (Taylor-Couette flow) are considered. The calculated results correlating with the current in use experimental results. The most suitable differential turbulence model for calculating conjugate hydrodynamics and heat transfer tasks in Couette flow based on the comparative analysis is offered.

Key words: numerical simulation, turbulence models, Couette-Taylor flow.