

УДК 531.31.15+669

Мороз В. В.,  
к.ф.-м.н. Рубежанский В. И.,  
к.т.н. Левченко Э. П.  
(ДонГТУ, г. Алчевск, ЛНР)

## ОЦЕНКА И УТОЧНЕНИЕ УСЛОВИЙ ПОДАЧИ АГЛОСПЕКА В РАБОЧУЮ ЗОНУ ОДНОВАЛКОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ДРОБИЛКИ

Приведены результаты аналитических исследований подачи агломерационного пирога в рабочее пространство одновалковой зубчатой дробилки горячего агломерата. Установлена зависимость перемещения аглоспека от времени его сползания по направляющей поверхности срезающего ножа.

**Ключевые слова:** аналитические исследования, одновалковая зубчатая дробилка, агломерационный пирог, перемещение, дифференциальные уравнения.

### Проблема и её связь с научными и практическими задачами.

Важнейшим приоритетным направлением повышения эффективности работы одновалковой зубчатой дробилки горячего агломерата и качественного фракционного состава сырья для доменной плавки является усовершенствование механического оборудования агломерационных цехов на базе их типовых конструкций, что позволяет с наименьшими материальными и временными затратами проводить модернизацию в условиях непрерывно действующего металлургического производства.

Согласно методике И.Д. Костогрызова и В.В. Горностаева (Магнитогорский горно-металлургический институт) [1] агломерационный пирог после спекания на агломерационной машине конвейерного типа поступает в одновалковую дробилку под действие зубьев звёздочек ротора с таким условием, что сначала осуществляется его излом пополам по длине, а затем оставшиеся части продавливаются через горизонтально расположенную колосниковую решётку. Однако данная методика не уточняет, на основании чего создаются такие условия в рабочей камере дробилки, так как математическое обоснование этого вопроса выражено недостаточно полно [2].

В работах [3, 4] сделана попытка математического описания процесса подачи аглоспека

под действие рабочих органов дробилки, однако оно требует некоторой проверки и уточнения на основе более чётких представлений о типовом технологическом процессе производства агломерата в реальных условиях.

**Постановка задачи.** Задачей аналитических исследований является уточнение условий подачи аглоспека в рабочую зону одновалковой зубчатой дробилки на основе составления и решения дифференциальных уравнений движения куска пирога после соскальзывания со спекательной тележки с целью определения величины перемещения внутрь зоны дробления по горизонтальным колосникам.

**Изложение материала и его результаты.** Расчётная схема движения агломерата после его соскальзывания со спекательной тележки агломерационной машины представлена в виде поверхности  $O_1OO_2$  с изломом (рис. 1).

Характеристики поступательного движения на участке  $O_1O$  являются начальными условиями при его переходе в дальнейшем в плоскопараллельное движение.

При движении на первом участке конечную скорость пирога определится как

$$S_0 = \sqrt{2gl_{cn}(\sin \alpha - f \cos \alpha) + V_0^2}, \quad (1)$$

где  $V_0$  — скорость в начале перемещения, принимаемая равной скорости движе-

ния спекательной тележки;  $l_{cn}$  — длина сползания пирога;  $f$  — коэффициент трения материала аглоспека о поверхность направляющей;  $g$  — ускорение свободного падения, обычно принимаемое  $9,81 \text{ м/с}^2$ .

Пирог спечённого агломерата представляется в виде прямоугольного параллелепипеда, размеры которого в сечении равны:  $AB = 2l$ ,  $AE = 2h$ .

Обозначим расстояние концов  $A$  и  $B$  до масс  $C$  через  $L$ :  $AC = BC = L = \sqrt{l^2 + h^2}$ . Пусть  $\varphi$  — угол плоскости  $AB$  пирога к направляющей, остальные углы очевидны; обозначим угол  $CAO = \alpha + \varphi_0 - \varphi = \beta - \varphi$ , где  $\beta = \alpha + \varphi_0$ .

Положение сечения ( $ABKE$ ) пирога определяется положением центра масс координаты  $X_c$ ,  $Y_c$  и углом поворота  $\varphi$ . Тогда дифференциальные уравнения плоского движения тела [5] запишутся в виде следующих выражений:

$$m \ddot{X}_C = N_B (\sin \alpha - f \cos \alpha) - f N_A, \quad (2)$$

$$m \ddot{Y}_C = N_B (\cos \alpha - f \sin \alpha) - N_A - mg, \quad (3)$$

$$J_C \ddot{\varphi} = N_A L [\cos(\beta - \varphi) - f \sin(\beta - \varphi)] -$$

$$- N_B L [\cos(\varphi + \varphi_0) + f \sin(\varphi + \varphi_0)],$$

где  $N_A$ ,  $N_B$  — реакции плоскостей, здесь принято, что  $F_{mp}^A = f N_A$ ,  $F_{mp}^B = f N_B$ ;  $J_C$  — момент инерции тела относительно главной центральной оси  $Z$ , проходящей через центр масс  $C$ .

Тело ( $ABKE$ ) имеет одну степень свободы, следовательно, три уравнения (2)–(4) могут быть сведены к одному уравнению. Примем за независимую переменную перемещение  $S$  точки  $A$  по колоснику:  $OA = S = S(t)$ .

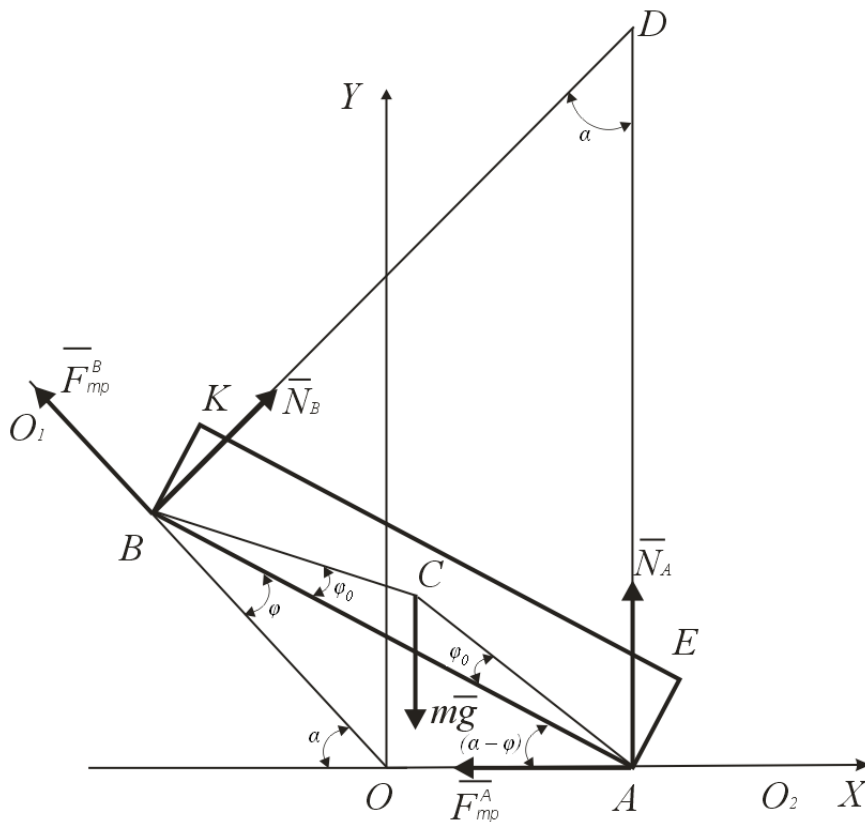


Рисунок 1 Расчётная схема движения аглопирога

Выражая координаты  $X_C$ ,  $Y_C$  центра масс через угол  $\varphi$ , имеем:

$$X_C = S - L \cos(\beta - \varphi),$$

$$Y_C = S - L \sin(\beta - \varphi).$$

Найдём проекции ускорения центра масс на оси  $X$ ,  $Y$ :

$$\ddot{X}_C = \ddot{S} - L \ddot{\varphi} \sin(\beta - \varphi) + L \dot{\varphi}^2 \cos(\beta - \varphi), \quad (5)$$

$$\ddot{Y}_C = -L \ddot{\varphi} \cos(\beta - \varphi) - L \dot{\varphi}^2 \sin(\beta - \varphi). \quad (6)$$

Определим угловую скорость поворота тела ( $ABKE$ ) как функцию от скорости перемещения точки  $A$ , а именно

$$\omega = \dot{\varphi} = \frac{V_A}{AD}, \quad (7)$$

где точка  $D$  является мгновенным центром скоростей.

Используя теорему синусов, найдём  $AD = \frac{2l \cos \varphi}{\sin \varphi}$ , и дифференцирование по времени выражения (7) даёт

$$\ddot{\varphi} = \frac{\sin \alpha}{2l} \left[ \frac{\ddot{S}}{\cos \varphi} + \frac{\dot{S} \dot{\varphi} \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \right], \quad (8)$$

в котором

$$\sin \varphi = \frac{\sin \alpha}{2l} \cdot S, \quad \cos \varphi = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{4l^2} \cdot S^2}, \quad (9)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\sin \alpha}{2l} \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{4l^2} \cdot S^2}.$$

Подставляя  $\dot{\varphi}$ ,  $\sin \varphi$ ,  $\cos \varphi$ , записанные выше, в выражение (8), определим зависимость углового ускорения как второй производной от угла поворота  $\ddot{\varphi}$  от независимой координаты  $S$  и её производных.

Для формирования окончательного уравнения движения заменим выражения реакций

$N_A$  и  $N_B$  в выражении (4), определяемые из уравнений (2) и (3). Представим данное выражение его с учётом математических соотношений зависимостей (5), (6), (8) в виде

$$\begin{aligned} \frac{H^2}{BL} \ddot{\varphi} = & \left[ A_1 \left( \ddot{Y}_C + g \right) - A_2 \ddot{X}_C \right] \times \\ & \times \left[ \cos(\beta - \varphi) - f \sin(\beta - \varphi) \right] - \\ & - \left[ f \cdot g + \ddot{X}_C + f \ddot{Y}_C \right] \times \\ & \times \left[ \cos(\varphi + \varphi_0) + f \cdot \sin(\varphi + \varphi_0) \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где момент инерции  $J_C$  [2] равен

$$J_C = m \frac{(2l)^2 + [2h]^2}{12} = mH^2,$$

где

$$H^2 = m \frac{(2l)^2 + [2h]^2}{12},$$

$$B = \frac{1}{(1 + f^2) \cdot \sin \alpha},$$

$$A_1 = \sin \alpha - f \cos \alpha,$$

$$A_2 = \cos \alpha + f \sin \alpha.$$

С математической точки зрения уравнение движения аглоспека в принятой постановке задачи является нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка относительно перемещения  $S$ . Причём нелинейность относится к разряду сильных нелинейностей, и, следовательно, его решение в квадратурах невозможно.

Для решения уравнения (10) проведём его линеаризацию. Такая линеаризация обеспечивается конструктивными особенностями серийно выпускаемых одновалковых зубчатых дробилок.

Считаем угол  $\varphi$  малой величиной, т. е. полагаем  $\varphi = \delta \cdot f_1(t)$ ,  $\dot{\varphi} = \delta \cdot f_2(t)$ , где  $\delta$  — малая величина, а  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  — некоторые функции от времени, ограниченные

вместе с их производными. Принимая  $\sin \varphi = \varphi$ ,  $\cos \varphi = 1$  и отбрасывая в уравнении (10) величины, имеющие порядок  $\delta^2$  и выше, получим окончательное уравнение движения пирога

$$a \ddot{S} - C \cdot \dot{S} = d, \quad (11)$$

где

$$a = \frac{H^2}{BL} \cdot \frac{\sin \alpha}{2l} + (b_2 \cdot d_1 - a_2 \cdot C_1),$$

$$C = \frac{\sin \alpha}{2l} + (a_1 \cdot C_2 - b_1 \cdot d_2), \quad (12)$$

$$d = a_1 \cdot C_1 - b_1 \cdot d_1;$$

$$a_1 = A_1 \cdot g,$$

$$a_2 = -A_1 L \frac{\cos \beta \cdot \sin \alpha}{2l} - \quad (13)$$

$$-A_2 \left( 1 - \frac{L \sin \beta \cdot \sin \alpha}{2l} \right),$$

$$b_1 = f \cdot g,$$

$$b_2 = \left( 1 - \frac{L \sin \beta \cdot \sin \alpha}{2l} \right) - f \cdot L \frac{\cos \beta \cdot \sin \alpha}{2l};$$

$$C_1 = \cos \beta - f \cdot \sin \beta,$$

$$C_2 = \sin \beta - f \cdot \cos \beta, \quad (14)$$

$$d_1 = \cos \varphi_0 - f \cdot \sin \varphi_0,$$

$$d_2 = \sin \varphi_0 - f \cdot \cos \varphi_0.$$

Учитывая сложный вид коэффициентов  $a$  и  $c$  в выражениях (12)–(14), оценку их значений (положительные или отрицательные) в общем виде зависимостей от  $\alpha$ ,  $\varphi_0$ ,  $l$ ,  $f$  провести невозможно.

Рассмотрим решение, соответствующее варианту рассматриваемой задачи с характеристиками практически используемых одновалковых зубчатых дробилок в агломерационном цеху филиала № 12 ЗАО «Внешторгсервис».

Общее решение уравнения (11) имеет вид

$$S = C_1 \cdot e^{\lambda t} + C_2 \cdot e^{-\lambda t} - \frac{d}{C}.$$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  определяются при выполнении начальных усло-

вий: при  $t=0$  правый торец тела ( $ABKE$ ) находится в начале координат, т. е.  $S=0$  и имеет скорость  $V_{AO}$ , зависящую от скорости движения  $V_1$  по наклонной направляющей  $O_1O$ .

Проблема определения  $V_{AO}$  представлена ниже.

Выполнение начальных условий ( $t=0$ ,  $S=0$ ,  $\dot{S} = V_{AO}$ ) даёт закон движения конца аглоспёка в виде

$$S = \frac{1}{2} \left( \frac{d}{c} + \frac{V_{AO}}{\lambda} \right) \cdot e^{\lambda t} + \frac{1}{2} \left( \frac{d}{c} - \frac{V_{AO}}{\lambda} \right) \cdot e^{-\lambda t} - \frac{d}{c}. \quad (15)$$

Для определения начальной скорости в уравнении (15) будем считать, что на этапе перехода поступательного движения пирога агломерата на участке  $O_1A$  к плоскопараллельному в дальнейшем не происходит потеря [2] кинетической энергии, т. е.

$$\frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_C^2}{2} + \frac{J_C \omega_1^2}{2}. \quad (16)$$

Из (16) следует, что в момент отрыва пирога от направляющей плоскости  $O_1A$  скорость  $V_C \neq V_1$  и, естественно,  $V_{AO} \neq V_1$ .

Уравнение (16) позволяет определить начальную скорость  $V_{AO}$  для уравнения (15)

$$V_{AO} = \frac{2l}{\sin \alpha} \cdot \frac{V_1}{\sqrt{DC^2 + H^2}}, \quad (17)$$

где в момент отрыва расстояние  $(DC)^2$  определяется по теореме косинусов:

$$(DC)^2 = (BD)^2 + (BC)^2 - 2 \cdot BD \cdot BC \cdot \cos(90^\circ - \varphi_0), \quad (18)$$

где  $BC = \alpha$ ,  $BD = 2l \cdot \text{ctg} \alpha$ .

При численных параметрах, удовлетворяющих условиям производства агломерата  $\alpha = 45^\circ$ ,  $f = 0,5$ ,  $l_{cn} = 2$  м,  $V_0 = 0,0234$  м/с,  $2l = 1$  м,  $2h = 0,32$  м, дифференциальное уравнение движения аглоспёка примет вид

$$0,766 \ddot{S} - 2,146 \cdot \dot{S} = -5,373.$$

Решение данного уравнения при принятых начальных условиях будет выглядеть таким образом:

$$S = 0,289 \cdot e^{1,674t} - 2,789 \cdot e^{-1,674t} + 2,503. \quad (19)$$

График зависимости перемещения правого конца агломерата при подаче на колосниковую решётку внутрь рабочей зоны одновалковой зубчатой дробилки представлен на рисунке 2.

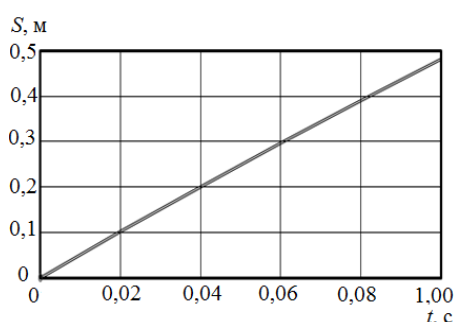


Рисунок 2 Зависимость перемещения пирога аглоспека

Таким образом, в результате аналитических исследований установлено, что величина перемещения агломерационного пирога внутрь рабочей камеры дробилки носит линейный характер.

#### Выводы и направление дальнейших исследований.

Количественные результаты решения (19) подтверждают принятую линеаризацию дифференциального уравнения (10). При этом теоретически подтверждается возможность проникновения аглопирога на половину своей длины (0,5 м) за время, примерно равное 1 с, под действие зубьев звёздочек ротора.

Полученные решения позволяют прогнозировать вариации геометрических и кинематических характеристик агломерационной машины при подаче аглоспека в рабочую камеру дробилки.

Найденные решения являются необходимыми при согласовании процесса подачи агломерационного пирога на дробление и его контактирования с зубьями звёздочек ротора.

#### Библиографический список

1. Жилкин, В. П. Производство агломерата, оборудование, автоматизация [Текст] / В. П. Жилкин, Д. Н. Доронин. — Екатеринбург : Уральский центр ПР и рекламы, 2004. — 292 с.
2. Мороз, В. В. Параметрический анализ одновалковой зубчатой дробилки [Текст] / В. В. Мороз, Э. П. Левченко, О. А. Левченко // Сборник научных трудов ДонГТУ. — Алчевск, 2016. — Вып. 46. — С. 161–168.
3. Левченко, О. О. Повышение эффективности дробления агломерата путём совершенствования конструктивных параметров одновалковой зубчатой дробилки [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.05.08 / Левченко Оксана Александровна. — Донецк, 2009. — 176 с.
4. Развитие технического уровня одновалковых зубчатых дробилок горячего агломерата [Текст] : монография / О. А. Левченко и др. — Алчевск : ДонГТУ, 2016. — 190 с.
5. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики [Текст] / С. М. Тарг. — М. : Наука, 1972. — 478 с.
6. Фаворин, М. В. Моменты инерции тел [Текст] / М. В. Фаворин. — М. : Машиностроение, 1970. — 312 с.
7. Батуев, Г. С. Инженерные методы исследований ударных процессов [Текст] / Г. С. Батуев, Ю. В. Голубков, А. К. Ефремов и др. — М. : Машиностроение, 1977. — 240 с.

© Мороз В. В.

© Рубежанский В. И.

© Левченко Э. П.

Рекомендована к печати к.т.н., проф. каф. ММК ДонГТУ Ульяницким В. Н., д.т.н., проф., зав. каф. МОЗЧМ ДонГТУ Еронько С. П.

Статья поступила в редакцию 12.03.18.

**Мороз В. В., к.ф.-м.н. Рубежанський В. І., к.т.н. Левченко Е. П. (ДонДТУ, м. Алчевськ, ЛНР)  
ОЦІНКА ТА УТОЧНЕННЯ УМОВ ПОДАННЯ АГЛОСПЕКУ У РОБОЧУ ЗОНУ  
ОДНОВАЛКОВОЇ ЗУБЧАСТОЇ ДРОБАРКИ**

*Наведено результати аналітичних досліджень подання агломераційного пирога у робочий простір одновалкової зубчастої дробарки гарячого агломерату. Встановлено залежність переміщення аглоспеку від часу його сповзання по напрямній поверхні ножа, що зрізає.*

**Ключові слова:** аналітичні дослідження, одновалкова зубчаста дробарка, агломераційний пиріг, переміщення, диференційні рівняння.

**Moroz V. V., PhD in Physics and Math Sciences Rubezhanskiy V. I., PhD Levchenko E. P.  
(DonSTU, Alchevsk, LPR)**

**ASSESSMENT AND REFINEMENT OF CONDITIONS FOR FEEDING THE SINTER CAKE  
INTO WORKING ZONE OF THE SINGLE-SPINDLE GEAR CRUSHER**

*There have been given the analytical research results for feeding the agglomerated cake to working area of the single-spindle gear hot agglomerate crusher. The dependence has been determined for agglomerated cake moving from its sliding time along the guide surface of share blade.*

**Key words:** analytical research, single-spindle gear crusher, agglomerated cake, moving, differential equations.