

УДК 622.831.2

*д.т.н., проф. Литвинский Г. Г.  
(ДонГТУ, г. Алчевск, ЛНР, ligag@ya.ru)*

## РАЗМЕРЫ И КОНФИГУРАЦИЯ ЗОНЫ ЗАПРЕДЕЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ВОКРУГ ВЫРАБОТКИ

*Работа направлена на повышение достоверности и дальнейшее развитие методов прогноза проявлений горного давления в подземных выработках при образовании зон запредельных деформаций (ЗЗД). Впервые получено порождающее решение краевой задачи о равновесии разрушенных пород вокруг горной выработки с учетом возникающей в ЗЗД радиальной прочностной неоднородности пород. Показано, что прочность разрушенных пород в ЗЗД линейно зависит от радиальной (минимальной) компоненты тензора напряжений. Методом малого параметра решен ряд неосесимметричных задач горной геомеханики, установлены закономерности влияния на конфигурацию и размеры ЗЗД основных горнотехнических факторов. Результаты будут полезны при разработке новых методов прогноза горного давления и пересмотре нормативных материалов по обеспечению устойчивости выработок.*

**Ключевые слова:** горная выработка, горное давление, запредельные деформации, методы расчета, устойчивость пород, конфигурация зоны разрушения, прочностная неоднородность, неосесимметричные факторы.

### **1 Актуальность проблемы и цель исследований**

Расчет проявлений горного давления (ПГД) в подготовительных горных выработках является неотъемлемым атрибутом процесса проектирования для обеспечения безопасной и надежной их эксплуатации. Методы расчета ПГД претерпели долгую историю создания, развития и совершенствования, что отражено в многочисленных исследованиях и обширных обзорах отечественных и зарубежных ученых [1–5 и др.].

В настоящее время общепринято считать, что в условиях больших глубин, на которые повсеместно переходят рудники и шахты, из всех возможных многообразных форм ПГД (вывалы, своды естественного равновесия, продольно-поперечный изгиб и выпучивание слоев и др.) начинает преобладать разрушение пород в виде формирования зон запредельного деформирования (ЗЗД) пород вокруг всей выработки или на части ее породного контура.

ЗЗД вокруг выработки возникает, растет и принимает окончательную форму под влиянием многочисленных на нее влияющих неосесимметричных факторов. К та-

ким факторам в первую очередь следует отнести:

- разнокомпонентность исходного поля напряжений массива горных пород, т. е. его негидростатическое напряженно-деформированное состояние;
- анизотропию и неоднородность прочностных свойств пород вокруг выработки;
- массовые силы, действующие на породы внутри ЗЗД;
- отличие формы породного контура выработки от кругового очертания;
- неравномерность отпора (реакции) крепи на различных участках породного контура выработки.

При этом в подавляющем большинстве существующих методов расчета ПГД по умолчанию принималось, что влияющие на ЗЗД факторы являются осесимметричными или несущественными. Однако практика ведения горных работ и многочисленные шахтные инструментальные наблюдения показали, то форма ЗЗД претерпевает существенные искажения и чаще всего заметно отличается от круговой формы. А форма ЗЗД предопределяет амплитуду и изменчивость смещений пород

в выработку, распределение и интенсивность нагрузки на крепь.

Следовательно, для повышения достоверности и надежности расчетных методов прогнозирования ПГД необходимо установить размеры и форму ЗЗД и оценить влияние самых важных горно-геологических и горнотехнических факторов. Достижению этой цели и посвящена данная работа.

Особенностью проведенного исследования является изучение изменения формы ЗЗД для наиболее общего случая разрушения пород вокруг выработки на основе «порождающего» решения краевой задачи развития ПГД. Под порождающим решением мы понимаем исходное решение осесимметричной краевой задачи об образовании ЗЗД с учетом радиальной прочностной неоднородности внутри зоны разрушения.

**Основная идея** работы состоит в том, что полученное порождающее решение используется в качестве исходного с целью последующей коррекции путем использования метода малого параметра для каждого из возможных неосесимметричных факторов.

**Объект исследования** — зона разрушения и трещинообразования пород массива вокруг выработки, т. е. ЗЗД.

**Предмет исследования** — закономерности изменения формы ЗЗД при учете воздействия наиболее существенных неосесимметричных факторов.

**Цель исследований** — получение порождающего решения и разработка метода расчета конфигурации и размеров ЗЗД с учетом основных неосесимметричных факторов.

**Основные задачи исследования:**

– для получения порождающего решения дать обоснование расчетной схемы и получить решение осесимметричной краевой задачи об образовании ЗЗД вокруг выработки с учетом радиальной прочностной неоднородности пород в этой зоне;

– выполнить постановку и решение неосесимметричного класса задач методом малого параметра для учета важнейших, ранее неучтенных неосесимметричных факторов;

– произвести анализ и оценить степень влияния каждого из неосесимметричных факторов на форму ЗЗД.

## 2 Обоснование расчетной схемы задачи

Попытки разработать методы расчета параметров ЗЗД делались многими зарубежными и отечественными учеными начиная с середины прошлого века (Р. Феннер, А. Лабасс, Л. Уокер, Г. Шпакеллер, Ю. М. Либерман, Ю. З. Заславский и др.), подробный анализ их исследований можно найти во многих обзорах [1–5 и др.].

На ранних стадиях развития горной промышленности, на сравнительно малых глубинах  $H$  ведения горных работ, разрушение пород в окрестности горных выработок происходило в основном в виде образования сводов естественного равновесия [1].

С ростом глубины исходное напряженное состояние массива (рис. 1, *a*) претерпевает серьезные изменения: вертикальная компонента, равная весу вышележащей толщи пород  $\sigma_z = \gamma H$ , возрастает пропорционально глубине  $H$ , а боковые (горизонтальные) напряжения  $\sigma_x = \sigma_y$  составляют лишь часть  $\lambda$  от вертикальных, с глубиной приближаясь к  $\sigma_z$ .

Соотношение между горизонтальными  $\sigma_x$  и вертикальными  $\sigma_z$  напряжениями в нетронутом горном массиве было названо коэффициентом бокового распора  $\lambda$

$$\lambda = \sigma_x / \sigma_z \leq 1. \quad (1)$$

Своды естественного равновесия (СЕР) возникали в условиях «малых глубин», когда коэффициент бокового распора отвечал неравенству  $\lambda < 1$ . Это вызывало появление в кровле и (или) почве выработки растягивающих напряжений, и происходило разрушение пород в виде трещин разрыва (см. рис. 1, *b*).

Главная особенность «больших» глубин разработки, где зачастую напряженное состояние близко к гидростатическому  $\lambda \approx 1$ , состоит в том, что разрушение пород вокруг выработок происходит от напряже-

ний сжатия, приводящих к развитию трещин сдвига. Последние появляются вначале вблизи породного контура выработки, а затем распространяются далее в окружающий массив и образуют зоны разрушения и запредельных деформаций (ЗЗД).

Большинство ранее предложенных геомеханических моделей разрушения и деформирования пород вокруг горных выработок базировались примерно на одинаковых предпосылках и расчетных схемах (рис. 1, в). А именно, в нетронутом горном массиве действует гидростатическое исходное поле напряжений от веса вышележащих пород

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \gamma H, \quad \lambda \approx 1. \quad (2)$$

где  $\gamma$  — плотность горных пород, кг/м<sup>3</sup>;  
 $H$  — глубина расположения горной выработки, м.

Вокруг круглой выработки при  $\lambda \approx 1$  возникает осесимметричное плоско деформированное упругое поле напряжений в виде радиальной  $\sigma_r$  и окружной (тангенциальной)  $\sigma_\theta$  компонент (см. рис. 1, в).

Расчетные формулы, полученные решением краевых осесимметричных задач при разных математических моделях массива пород, систематизированы в таблице 1.

Если постулировать, что порода в ЗЗД после разрушения становится близкой по свойствам к сыпучей среде, то ее прочность равна нулю  $\sigma_c(r) = 0$ , и получаем решение Р. Феннера. При допущении, что прочность внутри ЗЗД постоянна  $\sigma_c(r) = Const$ , получаем решение А. Лабасса, а пластичная среда была исследована в известной задаче А. Галина (табл. 1).

Анализ всех этих моделей показывает, что им присущ общий существенный недостаток — в них предполагается, что внутри ЗЗД породы однородны, т. е. после разрушения их прочностные свойства постоянны и не изменяются вдоль радиуса по мере удаления от контура выработки до границы ЗЗД. Такое несоответствие расчетных схем реальному поведению пород в ЗЗД приводит к необъяснимо большому разбросу расчетных радиусов зон разрушения и смещений пород для различных принятых ранее моделей их поведения.

На самом деле внутри ЗЗД прочность разрушенных пород весьма изменчива: она минимальна на контуре выработки и постепенно возрастает по мере приближения к внешней границе ЗЗД.

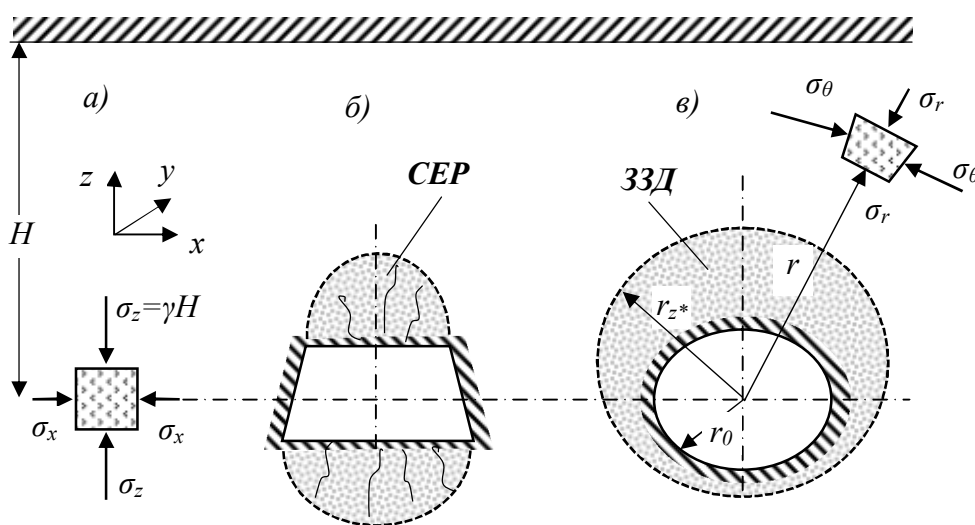


Рисунок 1 — Расчетные схемы ПГД вокруг выработки:  
а) напряжения в массиве горных пород; б) свод естественного равновесия СЕР;  
в) зона запредельных деформаций ЗЗД

Таблица 1

Параметры ЗЗД вокруг горной выработки для разных моделей горных пород

Модель среды в ЗЗД	Напряжения в ЗЗД $a \leq r \leq r_*$	Радиус ЗЗД $r_*$ и смещения пород $u$ в ЗЗД
1. Сыпучая $F_n = \sigma_\theta - A\sigma_r = 0$ (Р. Феннер)	$\sigma_r = q \left( \frac{r}{a} \right)^{A-1}$ $\sigma_\theta = Aq \left( \frac{r}{a} \right)^{A-1}$	$r_* = a \left[ \frac{2p}{(A+1)q} \right]^{\frac{1}{(A-1)}}$ $u = \frac{r}{2G} (p - \sigma_r^*) \left( \frac{r_*}{r} \right)^{A+1}$
2. Идеально-пластичная $F_n = \sigma_\theta - \sigma_r - 2k = 0$	$\sigma_r = q + k \ln \frac{r}{a}$ $\sigma_\theta = q + k \ln \frac{r}{a} + 2k$	$r_* = a \exp \frac{p - k - q}{2 - k}$ $u = \frac{p - \sigma_r^*}{2G} \cdot \frac{r_*^2}{r}$
3. Идеально-связная $F_n = \sigma_\theta - A\sigma_r - \sigma_{сжс} = 0$ (А. Лабасс)	$\sigma_r = (q + c) \left( \frac{r}{a} \right)^{A-1} - c$ $\sigma_\theta = A(q + c) \left( \frac{r}{a} \right)^{A-1} - c$	$r_* = a \left[ \frac{2(p + c)}{(A+1)(q + c)} \right]^{\frac{1}{(A-1)}}$ $u = \frac{p - \sigma_r^*}{2G} r \left( \frac{r_*}{r} \right)^{A+1}$
4. Связная, после разрушения — сыпучая $F_n = \sigma_\theta - A\sigma_r = 0$ (проф. Ю. М. Либерман)	$\sigma_r = q \left( \frac{r}{a} \right)^{A-1}$ $\sigma_\theta = A \left( \frac{r}{a} \right)^{A-1}$	$r_* = a \left[ \frac{2p - \sigma_{сжс}}{(A+1)q} \right]^{\frac{1}{(A-1)}}$ $u = \frac{p - \sigma_r^*}{2G} r \left( \frac{r_*}{r} \right)^{A+1}$

Примечание:  $a$  — радиус выработки,  $p = \gamma H$  — давление пород;  $q$  — отпор крепи;  $A = (1 + \text{Sin} \rho) / (1 - \text{Sin} \rho)$ ;  $c, G$  — сцепление и модуль сдвига пород;  $r_*, \sigma_r^*$  — радиус границы ЗЗД и радиальное напряжение на ней;  $u$  — смещения пород на контуре выработки.

Поэтому целесообразно получить в качестве исходной модели поведения пород в ЗЗД новое решение, где этот принципиальный недостаток будет устранен. Только тогда можно принять это решение в качестве исходного — порождающего. Оно может служить основой для последовательного отказа от принятых в ней идеализаций, главной из которых следует считать осесимметричность. Остальные расчетные схемы, где не учитывается радиальная неоднородность прочности частично разрушенных пород в ЗЗД, будут охватываться предложенным порождающим решением как частные случаи.

### 3 Получение порождающего решения задачи об образовании ЗЗД

Пусть горная выработка круглой формы радиуса  $r_0$  расположена на глубине  $H$ . Исходное напряженное состояние массива является гидростатическим, тогда все компоненты тензора напряжений равны давлению  $p$  вышележащей толщии пород. Так, для произвольно расположенной в массиве декартовой системы координат  $x, y, z$  для напряжений будет соблюдаться равенство (рис. 1, в)

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = p, \quad (3)$$

где  $p$  — давление вышележащей толщи горных пород  $p = \gamma H$ , Па ;

$\gamma$  — усредненный по всей глубине  $H$  объемный вес пород,  $\gamma \approx 25$  кН/м<sup>3</sup>.

На достаточно удаленном расстоянии от забоя протяженной выработки (не менее 3...4 ее радиусов  $r_0$ ) массив находится в плоско деформированном состоянии. Если направить ось  $z$  по вертикали, ось  $y$  по горизонтали и ось  $x$  вдоль оси выработки, то в окрестности выработки деформации пород удовлетворяют равенствам  $\varepsilon_x = Const$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z = Var$ .

Введем полярную систему координат  $r, \theta$  с началом  $r=0$  в центре выработки (см. рис. 1, в). Задача состоит в определении напряженно-деформированного состояния пород при образовании зоны запредельных деформаций вокруг выработки, на контуре которой установлена податливая крепь с постоянным отпором, равным  $q = Const$ .

До образования ЗЗД вокруг горной выработки действует упругое поле напряжений по известному из теории упругости закону (в полярной системе координат  $r, \theta$ ) для области  $r_0 \leq r < \infty$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{array} \right\} = p \mp (p - q) \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 ; \quad \tau_{r\theta} = 0; \quad (4)$$

где  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  и  $\tau_{r\theta}$  — радиальное, тангенциальное (окружное) и касательное напряжения вокруг выработки.

При осевой симметрии нормальные напряжения являются главными, причем тангенциальное  $\sigma_\theta = \sigma_1$  является максимальным, а радиальное  $\sigma_r = \sigma_3$  — минимальным.

Если прочность горных пород  $\sigma_c$  на контуре горной выработки окажется меньше действующих напряжений (4), возникает ЗЗД, где породы полностью или частично разрушены, т. е. возникает прочностная неоднородность.

Для решения задачи о распределении напряжений  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  в кольцевой ЗЗД вокруг круглой горной выработки радиуса  $r_0$ , в которой установлена крепь постоянного сопротивления  $q$ , необходимо решить систему из двух уравнений:

а) уравнение равновесия в полярной системе координат  $r, \theta$  при осевой симметрии

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= 0; \\ \tau_{r\theta} &= 0; \quad (r_0 \leq r < r_z), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $r_z$  — радиус ЗЗД вокруг выработки, подлежащий определению;

б) уравнение состояния (прочности) разрушенной горной породы внутри ЗЗД при  $(r_0 \leq r < r_z)$ , которое принимаем в виде линейного паспорта прочности

$$\sigma_\theta = k_\rho \sigma_r + \sigma_c, \quad (6)$$

где  $\sigma_c$  — показатель прочности пород в ЗЗД на одноосное сжатие с учетом масштабного фактора;

$k_\rho$  — коэффициент угла внутреннего трения пород, равный

$$k_\rho = (1 + \sin \rho) / (1 - \sin \rho), \quad 0 \leq k_\rho \leq 3;$$

где  $\rho$  — угол внутреннего трения пород, град.,  $0 \leq \rho \leq 30^\circ$ .

На уравнении (6), несмотря на его кажущуюся простоту, следует остановиться подробнее ввиду его высокой важности. В отличие от всех ранее выполненных постановок подобных задач (см. табл. 1), когда прочность пород внутри ЗЗД всегда считали постоянной  $\sigma_c(r) = Const$ , мы отказываемся от такого упрощения.

На основании изучения поведения пород при запредельном деформировании, пришло понимание, что на самом деле прочность породы в ЗЗД  $\sigma_c$  изменяется вдоль радиуса от минимальной на контуре горной выработки до исходной (ненарушенной) на границе между ЗЗД и упругой зоной.

Вся сложность математической модели о развитии проявлений горного давления вокруг горной выработки состоит в правильном отражении этой важнейшей закономерности.

Теоретическими и экспериментальными исследованиями запредельного деформирования и разрушения материалов и горных пород при их объемном нагружении в стабилометрах доказано, что изменение их прочности на ниспадающей ветви диаграммы полностью контролируется боковым подпором, т. е. минимальной компонентой объемного нагружения [6, 7 и др.].

Такая закономерность хорошо прослеживается на рисунке 2, где приведены результаты испытаний образцов угля при их многокомпонентном нагружении в стабилометре. Графики запредельного поведения угля в координатах «деформация — напряжение»  $\varepsilon_1 - \sigma_1$  при разных значениях бокового давления  $\sigma_3$  показывают почти прямо пропорциональную зависимость  $\sigma_1$  от уровня минимального напряжения  $\sigma_3$  (рис. 2).

Поэтому вполне обоснованно можно полагать, что остаточная прочность пород  $\sigma_c(r)$  вдоль радиуса  $r$  в ЗЗД пропорциональна минимальной компоненте напряженного состояния, т. е. радиальному напряжению  $\sigma_r$ . В первом, достаточно приемлемом приближении вполне допустимо принять эту зависимость линейной

$$\sigma_c(r) = k_c \sigma_r, \quad (7)$$

где  $k_c$  — коэффициент сопротивления пород горному давлению, зависящий от условий разрушения пород внутри ЗЗД и определяемый из граничных условий развития области разрушения пород вокруг горной выработки.

Подставляя (7) в (6), получим искомое уравнение условия прочности пород в ЗЗД

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= k_p \sigma_r + \sigma_c(r) = k_p \sigma_r + k_c \sigma_r = \\ &= (k_p + k_c) \sigma_r. \end{aligned} \quad (8)$$

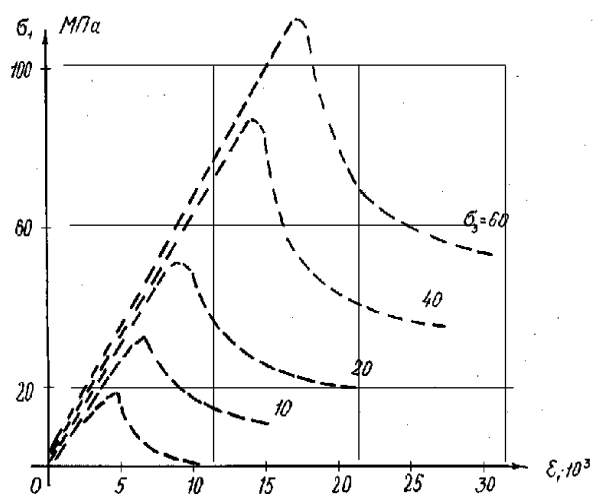


Рисунок 2 Диаграмма испытаний угля при трехосном сжатии (по данным ВНИМИ [6])

После подстановки (8) в исходное дифференциальное уравнение равновесия (5) и его интегрирования с учетом граничного условия (при  $r = r_0$   $\sigma_r = q$ ) получим значения напряжений внутри ЗЗД

$$\begin{aligned} \sigma_r &= q \left( \frac{r}{r_0} \right)^\mu, \quad \sigma_\theta = (\mu + 1) q \left( \frac{r}{r_0} \right)^\mu, \quad (9) \\ \tau_{r\theta} &= 0, \quad (r_0 \leq r < r_z), \end{aligned}$$

где  $\mu = k_p + k_c - 1$  — коэффициент, учитывающий сопротивление разрушению и суммирующий влияние коэффициентов  $k_p$ ,  $k_c$ , он показывает степень сопротивления породы развитию ЗЗД вокруг выработки.

Чтобы найти граничный радиус ЗЗД  $r_z$ , воспользуемся условием равенства радиальных  $\sigma_r$  и тангенциальных  $\sigma_\theta$  напряжений по обе стороны границы ЗЗД  $r = r_z$ , которые следует определить по уравнениям (4) и (9). После несложных преобразований получим искомую зависимость

$$r_z = r_0 \left[ \frac{2p}{(\mu + 2)q} \right]^{1/\mu} = r_0 \left[ \frac{2p - \sigma_c}{(k_p + 1)q} \right]^{1/\mu}. \quad (10)$$

Для определения значения коэффициента сопротивления  $k_c$  воспользуемся до-

полнительным условием, требующим, чтобы на границе с упругой областью прочность пород была равна исходному своему значению в массиве, т. е.  $\sigma_c(r_z) = \sigma_c = k_c \sigma_r(r_z)$ . Используя выражение (10), получим для коэффициента сопротивления  $k_c$  и коэффициента разрушения  $\mu$  удобные формулы для определения по исходным данным

$$\begin{aligned} k_c &= (k_\rho + 1) \frac{\sigma_c}{2p - \sigma_c}; \\ \mu &= 2 \frac{(k_\rho - 1)p + \sigma_c}{2p - \sigma_c}. \end{aligned} \quad (11)$$

Из (11) можно установить пределы возможного изменения установленных коэффициентов. Так, эти пределы равны:  $0 < k_c < \infty$  для коэффициента сопротивления и  $k_\rho + 1 < \mu < \infty$  для коэффициента устойчивости  $\mu$ , где нижний предел получен для сыпучей среды  $\sigma_c = 0$ , а верхний (при отсутствии ПГД в выработке) для обоих случаев одинаков и достигается при  $2p - \sigma_c = 0$ , т. е. когда ЗЗД не образуется.

Чтобы получить распределение напряжений вокруг выработки за пределами ЗЗД при  $r > r_z$ , используем известное решение теории упругости о напряжениях в окрестности подкрепленных круглых отверстий.

За контур отверстия мы принимаем границу ЗЗД  $r_z$ , на которой действует радиальное напряжение  $\sigma_{rz}$ , а его определим из ранее полученной зависимости (9) при  $r = r_z$ . Подставляя (10) в (9), получим для радиального подпора на границе  $r_z$

$$\sigma_{rz} = q \left( \frac{r_z}{r_0} \right)^\mu = \frac{2p}{\mu + 2} = \frac{2p - \sigma_c}{k_\rho + 1} \quad (12)$$

при  $(r = r_z)$ .

Подставляя в (4) вместо отпора крепи  $q$  значение  $\sigma_{rz}$  из (12) и  $r_z$  вместо началь-

ного радиуса выработки  $r_0$ , получим искомого распределение упругих напряжений за пределами ЗЗД

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{aligned} \right\} = p \left[ 1 \mp \frac{\mu}{\mu + 2} \left( \frac{r_z}{r} \right)^2 \right]; \quad (13)$$

$$\tau_{r\theta} = 0; (r_z \leq r < \infty).$$

Это распределение напряжений при возрастании радиуса  $r \rightarrow \infty$  асимптотически стремится к уровню исходного напряженного состояния массива пород  $\sigma_r = \sigma_\theta = p$ . На границе ЗЗД сохраняется непрерывность радиальных и тангенциальных напряжений и смещений.

Более того, оказывается, что радиальное напряжение  $\sigma_{rz}$  на границе ЗЗД не зависит от размеров выработки и отпора  $q$  установленной в ней крепи. А если из уравнения (9) мы найдем такое значение отпора крепи, при котором ЗЗД не образуется, т. е.  $r_z = r_0$ , то это будет не что иное, как требуемая величина отпора (грузонесущей способности) идеально жесткой крепи, совпадающая с (12)

$$q_z = \sigma_{rz} = \frac{2p}{\mu + 2} = \frac{2p - \sigma_c}{k_\rho + 1}, (r_0 = r_z), \quad (14)$$

где  $q_z$  — минимальное значение отпора жесткой крепи, устанавливаемой в горной выработке, которое предотвращает возникновение ЗЗД.

Зависимость (14) дает верхнюю теоретическую границу для выбора отпора  $q$  жесткой крепи в горной выработке, которая прямо зависит только от исходного поля напряжений и от коэффициента устойчивости  $\mu$ . Если порода не обладает прочностью, т. е. является идеально сыпучей средой, тогда  $k_c = 0$  и коэффициент устойчивости принимает минимальное значение

$$\mu = k_\rho - 1 = \frac{2 \sin \rho}{1 - \sin \rho}.$$

Нижнюю границу отпора для податливой крепи можно считать минимальной грузонесущей способностью  $q_m$ , при возникновении ЗЗД она всегда должна быть больше нуля  $q_m > 0$ . При образовании ЗЗД горная выработка без крепи существовать не может и будет полностью разрушена, т. е. произойдет «завал» выработки.

Таким образом, нами получено порождающее решение осесимметричной плоской упругопластической задачи для находящейся в изотропном, гидростатически нагруженном массиве круглой выработки с равномерным отпором крепи.

Важным новым отличием решения является учет прочностной неоднородности при разрушении пород: в пределах ЗЗД прочность частично разрушенных пород (разупрочнения) изменяется прямо пропорционально радиальным напряжениям. Такая предложенная закономерность органически вытекает из поведения пород на ниспадающей ветви диаграммы нагружения, т. е. имеет убедительное экспериментальное обоснование.

Это позволило значительно улучшить учет особенностей реальных процессов разрушения пород в ЗЗД и стать достаточно достоверным базисом для дальнейших построений расчетных методов прогноза проявлений горного давления в выработках.

#### **4 Исследование закономерностей влияния неосесимметричных факторов на ПГД**

Основная идея решения неосесимметричного класса задач горной геомеханики состояла в следующем. Исследование закономерностей влияния неосесимметричных факторов на форму и размеры зоны неупругих деформаций производилось асимптотическим методом малого параметра путем последовательного отказа от принятых в порождающем решении (7–9) идеализаций расчетной схемы, которые, хотя и являются общепринятыми в подобного рода решениях, заметно снижают достоверность результатов расчетов.

Исследуемый неосесимметричный фактор вводился в порождающее решение с помощью малого параметра, как правило, в виде комплексного ряда Фурье. Сначала рассматривалось статическое равновесие пластической области вокруг отверстия в соответствии с уравнениями равновесия при плоской деформации в полярной системе координат

$$\begin{aligned}\sigma_{r,r} + r^{-1}(\tau_{r\theta,\theta} + \sigma_r - \sigma_\theta) &= -\varepsilon_r \gamma \sin \theta, \\ \tau_{r\theta,r} + r^{-1}(\sigma_{\theta,\theta} + 2\tau_{r\theta}) &= -\varepsilon_r \gamma \cos \theta,\end{aligned}$$

где запятой обозначено дифференцирование, а  $\varepsilon_r$  — малый параметр при учете сил гравитации.

Напряжения в пластической области представляли рядами по степеням малого параметра

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \sigma_{ij}^{(k)}, \quad (ij = r, \theta) \quad (15)$$

и выражали через функцию напряжений

$$\begin{aligned}\sigma_r^{(k)} &= r^{-1}U_{,r}^{(k)} + r^{-2}U_{,\theta\theta}^{(k)}, \\ \sigma_\theta^{(k)} &= U_{,rr}^{(k)}; \quad \tau_{r\theta}^{(k)} = -(r^{-1}U_{,\theta}^{(k)})_{,r},\end{aligned} \quad (16)$$

которая, в свою очередь, также вводилась в виде ряда разложения по степеням малого параметра из дифференциальных уравнений в частных производных второго или третьего порядка.

Решения этих дифференциальных уравнений получали в бесконечных рядах, комплексные коэффициенты которых определяли из граничных условий задачи. Затем задачу сводили к отысканию границы ЗЗД и функций Н. И. Мусхелишвили, голоморфных во всей плоскости вне границы и непрерывных вплоть до нее. Граничные значения этих функций определяли по функции в пластической области.

Конформно отображая внешность границы ЗЗД на внешность единичного круга с помощью функции в виде ряда по степеням малого параметра, воспользовавшись значениями функций Н. И. Мусхелишвили на



бесконечности и теоремой Ж. Лиувилля, определили искомые функции и неизвестные коэффициенты к ним, характеризующие форму упругопластической границы.

Используя принцип суперпозиции, действительный при учете первых степеней разложения по малому параметру, получили обобщенную формулу для определения конфигурации ЗЗД с учетом всех действующих неосесимметричных факторов (табл. 2).

$$z = \omega(\zeta) = r_* \left( \zeta + \sum_{j=1}^5 \varepsilon_j e^{i\theta_j} \sum_{k=0}^{\infty} \delta_k^{(j)} \zeta^{1-k} \right), \quad (17)$$

где  $\zeta$  — аффикс единичной окружности;

$i$  — мнимая единица;

$\varepsilon_j$  — малый параметр, соответствующий  $j$ -му фактору;

$\theta_j$  — угол отклонения оси симметрии  $j$ -го фактора от вертикали;

$\delta_k^{(j)}$  — коэффициент искажения формы ЗЗД для  $j$ -го фактора.

Решения неосесимметричных задач получены в достаточно общем виде для горных пород с ниспадающей ветвью диаграммы нагружения, а как частные случаи — для идеально пластичных материалов и сыпучих сред.

Общее качественное представление о влиянии изученных факторов на форму ЗЗД можно получить по рисунку 3, а количественный анализ показал следующее (см. табл. 2):

1. Негидростатичность исходного поля напряжений была учтена с помощью решения упругопластической задачи по методу, предложенному проф. А. Г. Протосеней (1972 г.). ЗЗД принимает форму эллипса, вытянутого по направлению действия минимального главного напряжения.

2. Прочностная анизотропия и неоднородность пород резко проявляется в слоистых массивах при наличии ориентированных систем трещин, ослаблений и неоднородных включений, а ее аналитическое представление получено разложением удельной силы сцепления породы в ком-

плексный ряд Фурье по окружному направлению. Коэффициенты разложения в ряд Фурье можно получить из полярных диаграмм прочности породы, построенных, например, с помощью портативного прибора для экспресс-испытаний горных пород ППЭИ-2м.

Форма ЗЗД представляет собой цилиндрическую поверхность с сечением, большая ось которой вытянута перпендикулярно напластованию горных пород. Степень «отклика» границы ЗЗД на возмущающее влияние прочностной анизотропии быстро затухает с возрастанием номера гармоники при разложении функции прочности в комплексный ряд Фурье. Поэтому в практических расчетах есть смысл рассматривать гармоники не выше третьего или четвертого порядка.

При номере гармоники  $k=1$  прочностная анизотропия пород приобретает особый физический смысл прочностной неоднородности, под которой понимается изменение средневзвешенной прочности пород вокруг выработки по полярному углу. Решение позволяет оценить амплитуду конгруэнтного сдвига ЗЗД в сторону пород с пониженной прочностью. Степень влияния прочностной неоднородности весьма ощутима.

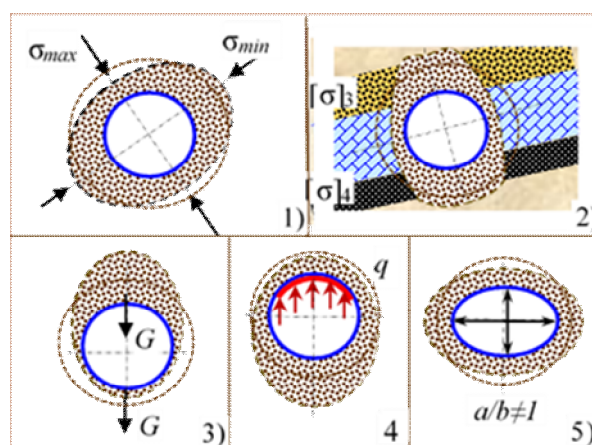


Рисунок 3 Изменения конфигурации ЗЗД под влиянием различных неосесимметричных факторов

3. При значительном развитии ЗЗД вокруг выработки собственный вес среды в пластической области приводит при малых значениях отпора крепи к сдвигу границы ЗЗД вверх по отвесной линии. Количественная оценка этого эффекта методом малого параметра для критической ситуации (обрушение пород) не вполне пригодна. Поэтому получена оценка сверху, позволяющая вычислить эффективный отпор крепи в кровле (-) и в почве (+) выработки

радиуса  $a$ , закрепленной крепью с конструктивным отпором  $q$

$$q_* = q \pm \frac{\gamma \cdot a}{\mu - 1}. \quad (18)$$

Зависимость (18) дает очень важную в практическом отношении оценку минимальной грузонесущей способности крепи, устанавливаемой в выработке.

Таблица 2

Исследование формы зоны запредельных деформаций (ЗЗД) вокруг выработки

Возмущающий фактор и его аналитическое представление	Коэффициент формы границы ЗЗД
Разнокомпонентность (негидростатичность) исходного поля напряжений массива горных пород с коэффициентом бокового распора $\lambda \neq 1$	$\delta_2^{(1)} = \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda} (2 + \mu)$
Анизотропию и неоднородность прочностных свойств пород вокруг горной выработки учтем через переменную удельную силу сцепления $c(\theta) = \frac{\mu - A + 1}{A - 1} [1 + \varepsilon_2 f(\theta)];$ $f(\theta) = \sum_{-\infty}^{\infty} \omega_k e^{ik\theta}$	$\delta_k^{(2)} = -2 \frac{\mu - A + 1}{\mu(\mu + 1)(\mu + 2)} \frac{\omega_k}{k^2} \times$ $\times (M_k + 2 \operatorname{Re} N_{k^*} r_*^{-k})$
Массовые силы в зоне запредельных деформаций учитываем в виде дифференциального уравнения $\sigma_{r,r} + r^{-1} (\tau_{r\theta,\theta} + \sigma_r - \sigma_\theta) = -\varepsilon_3 \gamma \sin \theta$	$\delta_1^{(3)} = \frac{\gamma \cdot a}{2\mu \cdot q_* r_*} \frac{(\mu + 1)(\mu + 2)}{(\mu - 2)(2\mu - 1)};$ $q_* = q \pm \frac{\gamma \cdot a}{\mu - 1}$
Переменный отпор крепи по контуру горной выработки выразим в виде нормальных и касательных к контуру усилий $N = \sum_{-\infty}^{\infty} f_k e^{ik\theta}; T = \sum_{-\infty}^{\infty} \varphi_k e^{ik\theta};$ $f_k = f_{-k}; \varphi_k = -\varphi_{-k}$	$\delta_k^{(4)} = -\frac{2fk}{\mu p} \operatorname{Re}(M_{k^*} r_*^{\lambda_{k-2}})$
Некруговая (произвольная) форма контура выработки как функция текущего угла $\theta$ $r_0 = 1 + \varepsilon_5 f(\theta) = 1 + \varepsilon_5 \sum_{-\infty}^{\infty} w_k e^{ik\theta};$ $w_k = \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} f(\theta) e^{ik\theta} d\theta$	$\delta_k^{(5)} = 4 \frac{\bar{w}_k}{\mu + 2} \operatorname{Re}(M_{k^*} r_*^{-\bar{\lambda}_k})$

4. Взаимодействие крепи с массивом при неравномерном ее отпоре удобно представить в виде вектора поверхностных усилий, разлагая нормальную и касательную его компоненты в ряд Фурье. При неравномерном отпоре крепи установлены следующие закономерности:

а) граница ЗЗД ближе к контуру выработки там, где вектор поверхностных усилий больше;

б) чем больше радиус ЗЗД, тем меньше влияние неравномерности отпора;

в) чем выше порядковый номер гармоники неравномерности отпора, тем меньше ее влияние на форму ЗЗД, что позволяет ограничиваться первыми тремя гармониками разложения вектора в ряд Фурье.

5. Учет некруговой формы отверстия показал, что граница ЗЗД в основном стремится повторить форму выработки и по мере роста ЗЗД довольно быстро приближается к круговой форме.

Исходя из особенности поведения решения, можно учесть возмущение контура выработки гармониками не выше четвертого порядка, чего вполне достаточно для практических расчетов. Область пригодности решения ограничена случаем границы ЗЗД и контура выработки.

Выполняя обобщение результатов исследований в этом направлении, можно заключить, что изученные факторы существенно различаются по своему влиянию на ЗЗД. Наиболее «дальнедействующими», а потому и важнейшими, являются разнокомпонентность исходного поля напряжения массива и прочностная анизотропия горных пород.

Неравномерность отпора крепи и некруговой контур выработки заметно сказываются на форме ЗЗД лишь при незначительном ее развитии, и их влияние быстро (по степенному закону) затухает по мере роста радиуса ЗЗД, что позволяет назвать их факторами «ближнего действия». Массовые силы в ЗЗД следует учитывать при незначительном конструктивном отпоре крепи и достаточном развитии ЗЗД.

Полученные 1...5 закономерности позволяют с учетом конкретных горно-геологических и горнотехнических условий нахождения горной выработки прогнозировать не только качественные, но и количественные показатели и особенности ПГД в выработках, что обеспечит надежность и долговечность их эксплуатации, повысит безопасность работ и снизит неоправданные издержки на их крепление, поддержание и ремонт, повысит эффективность подземных работ. Важным направлением дальнейших исследований становится пересмотр существующих и разработка новых отраслевых нормативных документов с учетом полученных научных результатов по прогнозированию ПГД в выработках, расположенных на больших глубинах разработки и находящихся в сложных горно-геологических условиях.

### **Выводы**

Проведенные исследования позволили получить следующие новые научные результаты:

1. В настоящее время надежность и достоверность расчетных методов прогноза ПГД в выработках недостаточна, что во многом обусловлено несовершенством и примитивизмом принятых расчетных моделей.

2. Главным недостатком существующих модельных представлений и принятых идеализаций можно считать принимаемую по умолчанию гипотезу о неизменности прочностных свойств пород внутри ЗЗД и отсутствие учета влияния неосесимметричных факторов на размеры и конфигурацию ЗЗД.

3. На основании изучения поведения пород при запредельном деформировании впервые сформулирована и доказана закономерность о линейной зависимости в ЗЗД прочности от радиальной компоненты тензора напряжений.

4. Впервые решена краевая задача о равновесии ЗЗД вокруг выработки с учетом

радиальной прочностной неоднородности пород и получено порождающее решение о размерах ЗЗД и распределении напряжений в породном массиве вокруг одиночной протяженной горной выработки.

5. На основе полученного порождающего решения упругопластической задачи впервые сформулирован и решен с применением метода малого параметра ряд неосесимметричных задач горной геомеханики, установлены закономерности влияния на конфигурацию и размеры ЗЗД основных горнотехнических факторов: негидростатичности исходного поля напряжений, прочностной анизотропии и неоднородности горных пород, некруговой форма выработки, сил гравитации пород внутри ЗЗД.

6. Изучено влияние на конфигурацию ЗЗД различных неосесимметричных факторов, произведена их сравнительная оценка и сопоставление. Показано, что наиболее «дальнодействующими» являются негидростатичность исходного поля напряжений и прочностная неоднородность пород, менее значимо проявляются некруговая форма выработки и вес разрушенных пород в ЗЗД, а влияние отпора крепи тем больше, чем он ближе к критическому своему значению.

7. Дальнейшие исследования должны быть направлены на поиск новых расчетных методов прогноза ПГД с целью пересмотра существующих и разработки новых отраслевых нормативных документов с учетом полученных научных результатов.

#### Библиографический список

1. Протодьяконов, М. М. Давление горных пород и рудничное крепление [Текст] / М. М. Протодьяконов. — М. — Л. : ОГИЗ, 1931. — 186 с.
2. Вопросы теории горного давления [Текст] : сб. переводов / под ред. проф. П. И. Городецкого, А. А. Борисова. — М. : Госгортехиздат, 1961. — 300 с.
3. Jovanović, P. Projektovanje i proračun podgrade horizontalnih podzemnih prostorija [Text]. T. 2 / Petar Jovanović. — Beograd : Rudarsko-geološki fakultet Univerziteta, 1994. — 316 str.
4. Заславский, Ю. З. Проявления горного давления в глубоких шахтах Донбасса [Текст] / Ю. З. Заславский. — М. : Недра, 1963. — 238 с.
5. Tajduś, A. Geomechanika w budownictwie podziemnym. Projectowanie i budowa tuneli [Text] / Antoni Tajduś, Marek Gała, Krzysztof Tajduś. — Krakow : Akademia AGH, 2012. — 762 s.
6. Ставрогин, А. Н. Механика деформирования и разрушения горных пород [Текст] / А. Н. Ставрогин, А. Г. Протосеня. — М. : Недра, 1992. — 224 с.
7. Литвинский, Г. Г. Аналитическая теория прочности горных пород и массивов [Текст]. — Донецк : Норд-Пресс, 2008. — 207 с.

© Литвинский Г. Г.

**Рекомендована к печати д.т.н., проф., зав. каф. РПМ ДонНТУ Петренко Ю. А., к.т.н., доц. каф. СГ ДонГТИ Шульгиным П. Н.**

Статья поступила в редакцию 02.11.2020.

**Prof. Litvinsky G. G. (DonSTI, Alchevsk, LPR)**

#### **DIMENSIONS AND CONFIGURATION OF THE ZONE OF EXTREME DEFORMATIONS AROUND THE WORKING**

*The article is aimed at increasing the reliability and further development of methods for predicting the manifestations of rock pressure in underground workings during the formation of the extreme deformation zones (EDZ). For the first time, a generating solution of boundary problem of the equilibrium destroyed rocks around mine workings is obtained, considering the radial strength inhomogeneity of rocks that occurs in EDZ. It is shown that the strength of destroyed rocks in EDZ linearly depends on*

*the radial (minimum) component of the stress tensor. By the small parameter method there has been resolved a number of nonaxisymmetric problems of geomechanics, as well the regularities of influence on configuration and size of major EDZ mining factors were determined. The results will be useful in developing new methods for predicting rock pressure and reviewing regulatory materials for ensuring the stability of workings.*

**Key words:** *mine working, rock pressure, extreme deformations, calculation methods, rock stability, destroy zone configuration, strength heterogeneity, nonaxisymmetric factors.*