

д.т.н. Литвинский Г. Г.,
асп. Бикяшева Ю. Н.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)

ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАЗВИТИЯ МАГИСТРАЛЬНОЙ ТРЕЩИНЫ ПРИ РАСКОЛЕ ПОРОДНЫХ ОБРАЗЦОВ

Изучено напряженно-деформированное состояние в образцах разной формы при их расколе трещиной в бразильском методе. Решена задача Герца методом конечных элементов с применением программного комплекса Лира. Доказана возможность применения метода раскола для образцов различной формы. Предложены аппроксимирующие уравнения для оценки прочности на раскол.

Ключевые слова: бразильский метод, раскол, задача Герца, напряжения, прочность, трещина, форма образцов.

Массив горных пород (ГП) представляет собой сложную механическую среду, состоящую из различных слоев с различными физико-механическими свойствами, которые в свою очередь ослаблены рядом поверхностей трещиноватости. При решении многих задач горной геомеханики, связанных с описанием поведения массива ГП вокруг выработок, оценки устойчивости породных обнажений и прогноза различных форм проявлений горного давления необходимо оперировать целым комплексом показателей свойств ГП. Среди этих показателей одну из ключевых позиций занимает прочность на одноосное растяжение (ПОР), поскольку ею предопределены такие важные процессы горного давления, как вывалообразование, сводообразование, выбросы ГП и пр.

Известны различные методы испытания горных пород (лабораторные, полевые, статические, динамические и др.) с целью определения ПОР. Эти методы должны удовлетворять целому ряду требований. Так, при проведении исследований закономерностей разрушения на первый план выдвигается требование высокой точности и достоверности результатов испытаний, тогда как для производственных и проектных целей важными являются доступность, массовость и представительность результатов. Как правило, в последнем случае испытания проводятся в самых раз-

личных условиях, когда персонал не обладает высокой квалификацией, лабораторное оборудование примитивно и не всегда представляется возможным обеспечить точные размеры образца. Поэтому одним из важных требований к методам определения ПОР для производственных целей следует отнести возможность испытания образцов полуправильной или неправильной формы.

В основу таких методов определения ПОР положено теоретическое решение Г. Герца краевой задачи теории упругости о напряженном состоянии цилиндра, нагруженного по диаметру двумя сосредоточенными силами. Расчётная схема задачи Герца показана на рис. 1. Основным достоинством такого испытания пород можно считать создание равномерных растягивающих напряжений, что требуют стандартные методы ПОР, путем сжатия образца встречными сосредоточенными силами, что осуществить значительно проще. Однако, как видно из рис. 1, для определения ПОР необходимо идеально круговая форма образца в виде цилиндра, при этом следует обеспечить его равномерное нагружение по образующей. Выполнение таких условий часто бывает затруднительным. Тем не менее, большинство исследований такого метода испытаний проводилось именно для круглого цилиндрического образца, причем в последнее время ин-

тенсивность исследований в этом направлении усилилась [1-8].

В работе [1, 2 и др.] даны обзоры способов испытания пород на растяжение бразильским методом, где рассматривается идея передачи поперечной нагрузки на образец с помощью как жестких, так и мягких нагрузочных прессов. Показано, что погрешность в зоне контакта образца с индентором можно уменьшить, если модуль деформации породы значительно меньше модуля упругости индентора.

Более глубоко аналитически исследован бразильский метод испытания пород на растяжение с учетом их анизотропии в работе [3]. Напряжения в центре диска приведены в зависимости от параметров трансверсальной анизотропии и угла между направлением приложенной силы и плоскостью изотропии. В результате получены аналитические формулы для расчета прочности и показано, что существует значительная разница между изотропным и анизотропным образцом. Это было подтверждено лабораторными испытаниями образцов с плоскими неоднородностями. Такие же результаты о влиянии слоистости на прочность пород на растяжение получены лабораторным методом в работе [4].

В отличие от предыдущих исследований, в работе [5] исследована прочность керамики при ее динамичном нагружении растягивающим напряжением. Показаны преимущества метода раскалывания каменных материалов перед их динамическим испытанием на изгиб. Численное моделирование МКЭ бразильского метода испытаний анизотропных пород с уже существующими трещинами выполнено в работе [6]. Особое внимание было уделено оценке влияния анизотропии и начальной трещиноватости пород на результаты испытаний. Приведены различные случаи испытаний пород с трещинами и показаны большие различия при определении их прочности на растяжение. В статье [7] упругие константы, определенные бразильским методом испытаний сравнивали с

данными, полученными от обычных испытаний на одноосное сжатие. Косвенная (бразильская) прочность на растяжение испытанных песчаников оказалась зависящей от угла между плоскостями анизотропии пород и направления диаметральной нагрузки. Неоднократно делались попытки изучения возможности использования критерия разрушения Гриффитца для трактовки результатов бразильского метода испытаний [8 и др.]. Показано, что этот критерий для определения ПОР может давать значительные ошибки.

Во всех работах подчеркивается, что главным процессом при разрушении горных пород является развитие трещин (рис.2). Процесс развития трещины может быть разным по длительности и во многом зависит от скорости и направления ее роста.

Существует несколько причин, влияющих на скорость роста трещин. Среди них можно отметить изменение уровня действующих напряжений, изменение асимметрии пути нагружения в вершине трещины с ее ростом, увеличение жесткости напряженного состояния у вершины трещины при ее развитии, притупление вершины трещины и др.

Однако основным упущением предыдущих исследований метода ПОР является принятое по умолчанию условие постоянного равномерного распределения растягивающих напряжений при расколе образца (рис. 1). Это допущение тем более несостоятельно, что по мере роста трещины происходит перераспределение всех напряжений в образце, что может значительно изменить интерпретацию результатов испытаний. Поэтому актуальной задачей является изучение особенностей роста магистральной трещины при расколе образца и вызываемое ею изменение напряжений в его объеме.

Целью исследований являлось изучение закономерностей влияния роста магистральной трещины на напряженное состояние образца при его расколе.

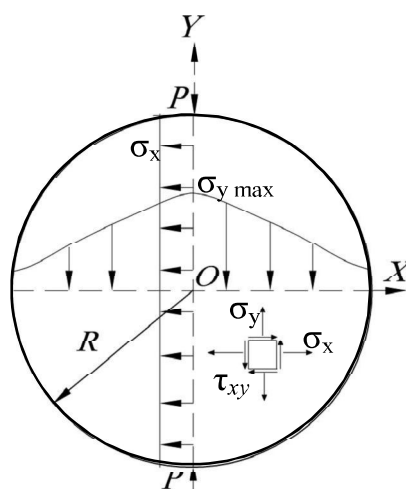


Рисунок 1 – Задача Г. Герца о нагружении диска сосредоточенными силами

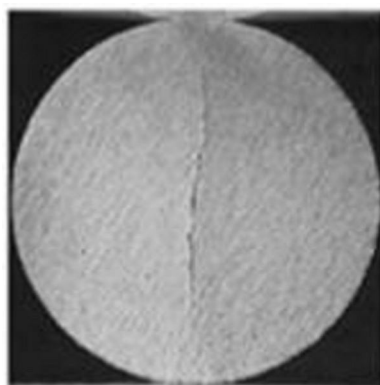


Рисунок 2 – Развитие трещины в центре образца при его расколе

Предмет исследования – напряжённое состояние в образцах породы разной формы по мере роста магистральной трещины.

Объект исследования – образцы горных пород различной формы.

Основная идея исследования заключалась в поэтапном моделировании роста трещины по мере раскола образца путем изменения граничных условий на берегах трещины и последующем изучении закономерностей распределения поля напряжений для суждения о процессе разрушения образца при его расколе.

За отправную точку в проведении исследований была взята предыдущая статья [9], где изучалось статическое распределение напряжений в образцах различной формы при отсутствии трещин (рис. 1), которые появляются от растягивающих

напряжений на участке между приложенными к образцу сосредоточенными силами.

С помощью метода конечных элементов (МКЭ), реализованном программным комплексом «Ли́ра», изучалось напряженно-деформированное состояние (НДС) в образцах пород различной формы (круглой и прямоугольной) по мере зарождения и роста магистральной трещины в центре образца. Предыдущие исследования [9] показали, что в задаче Герца самым опасным с точки зрения возникновения трещины является центр образца. Это объясняется тем, что именно в центре образца возникает наиболее неблагоприятное соотношение растягивающих $\sigma_x < 0$ и сжимающих $\sigma_y > 0$ напряжений, т.е. здесь возникает их максимальная разность, обусловленная мак-

симумом сжимающих напряжений. Из Задачи Герца следует, что это соотношение равно. Следовательно, можно сделать вполне обоснованный вывод: зарождение трещины разрыва происходит именно в центре породного образца вдоль его вертикального диаметра (рис. 1).

Однако это еще не доказывает, что такая возможность разрушения будет реализована. В работе [9] даны определяющие неравенства, показывающие, для каких пород можно применять Бразильский метод. К ним относятся породы, у которых соотношение прочности на разрыв и на одноосное сжатие меньше 0,3.

Главный интерес представляет проблема кинетики развития трещины после ее зарождения в центре образца, поскольку не известно, будет ли она самопроизвольно расти или для этого необходимо увеличивать внешнее нагружение образца. Для этого с помощью численного моделирования последовательно сменяющихся друг за другом моделей изучалось распределение напряжений в центре образца путем постепенного пошагового изменения длины трещины.

Расчётная схема задачи представлена на рис. 3. Внешняя нагрузка в виде сосредоточенной силы $P = 100$ Н приложена вдоль

вертикальной оси образца $x = 0$, поэтому на половину образца действует только $P/2 = 50$ Н. Граничные условия в модели оказываются смешанными: по вертикальной оси симметрии при $x = 0$ на моделируемой трещине следует положить по всей ее длине $\sigma_x = 0$, а на остальном участке вертикального диаметра горизонтальные смещения следует принять равными $\varepsilon_{xx} = 0$. По горизонтальной границе модели, проходящей также по оси симметрии $y = 0$ вертикальные смещения отсутствуют: $\varepsilon_{yy} = 0$ (система обозначений напряжений и деформаций взята из ПК Лира). Для выполнения этих граничных условий в каждом узле модели предусмотрены соответствующие связи (рис. 3). На остальной поверхности модели ограничения на деформации отсутствуют, а нормальные напряжения на контуре равны нулю.

За исходную форму образца, подвергаемого расколу вертикальными силами, принят круг радиуса $R = 0,5$ м (рис. 3, а). Горизонтальный a и вертикальный b размеры четверти прямоугольного образца (рис. 3, б) приняты переменными, а их соотношение менялось в пределах $a/b = 1 \dots 2$.

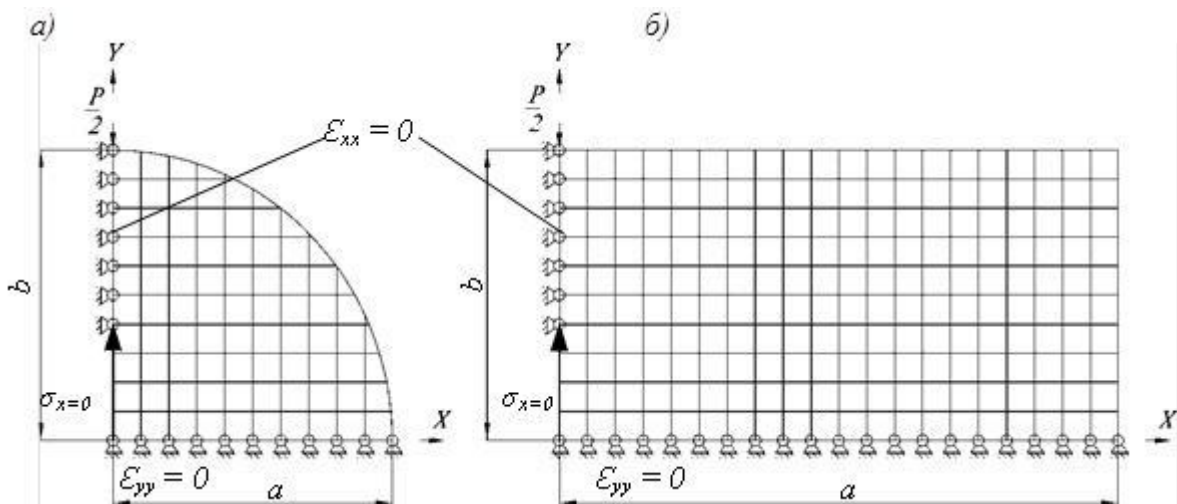


Рисунок 3 – Схема нагружения в задаче Герца о сжатии кругового диска (а) и расчётная схема для прямоугольных образцов (б)

Каждый образец был разбит на систему изопараметрических универсальных плоских квадратных элемента, размеры которых составляли $0,01 \times 0,01$ м. Параметры материала породного образца при численной реализации модели были приняты следующие: модуль Юнга $E = 13400$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,25$, объемный вес $\gamma = 0,025$ МН/м³. Следует заметить, что эти показатели свойств лишь конкретизируют расчётную схему, но не влияют на напряжённое состояние модели, если перейти к относительным величинам размеров и напряжений.

Для анализа влияния формы прямоугольного образца его вертикальный размер был принят фиксированным $b = 0,5$ м, а горизонтальный изменяли $a = 0,50-1,0$ м, т.е. соотношение высоты к ширине задавалось с помощью коэффициента формы $\xi = b/a = 1, 2$ (рис. 3, б).

Трещину моделировали с помощью удаления (обнуления) поперечных связей между узлами, расположенными на ее берегах. Для этого в каждой модели рост трещины осуществляли, постепенно удаляя по мере ее роста по одному элементу вдоль оси y . Каждая трещина получала возможность увеличивать свою длину от 0 до 0,5 диаметра с шагом 0,01 диаметра.

Таким образом, граничными условиями для поставленной задачи были:

- на оси $y = 0$ $\varepsilon_{yy} = 0$;
- на оси $x = 0$ выделены два участка переменной длины:
- на участке образовавшейся и растущей трещины от $y = 0$ до $y = l$ (где l – длина трещины) задавалось условие равенства горизонтальных напряжений $\sigma_x = 0$,
- на остальном участке модели от $y = l$ до $y = b$ граничным условием было принято отсутствие горизонтальных деформаций $\varepsilon_{xx} = 0$.

В результате выполнения расчетов при изменении длины трещины l было найдено НДС образцов в виде распределения напряжений σ_x , σ_y , τ_{xy} . При этом вдоль осей симметрии образца расположены главные

площадки, на которых касательные напряжения отсутствуют $\tau_{xy} = 0$ и действуют только главные нормальные напряжения σ_x , σ_y . За эталонное значение напряжений приняты напряжения, возникающие в круговом образце без трещины в центре образца. Поскольку при расколе разрушение образцов происходит от растягивающих напряжений σ_x вдоль оси y , т.е. при $x = 0$, а изменение распределения остальных напряжений σ_y , τ_{xy} незначительны, главное внимание уделялось анализу распределения растягивающих напряжений σ_x при росте трещины от $l = 0$ до $l = b$.

Обработку результатов определения напряжений в образцах производили в безразмерных величинах, в качестве которых приняты относительные напряжения

$$\sigma_x = \sigma_x^p / \sigma_x^0, \quad (1)$$

где σ_x^p, σ_x^0 – соответственно растягивающие напряжения расчетные в конце трещины и в центре образца. На рис. 4 представлены графики распределения напряжений в образцах при росте трещины. Анализ полученных графиков позволяет заключить, что по мере роста трещины вдоль вертикального диаметра образца напряжения σ_x в ее кончике резко возрастают и когда трещина достигает размера 0,5 диаметра, концентрация напряжений возрастает в 6-7 раз. Данная закономерность характерна для всех типов образцов. Сразу после всплеска растягивающих напряжений σ_x перед вершиной трещины происходит достаточно быстрое их снижение до значения σ_0 , которое наблюдается в образце без трещины. Протяженность области повышенных напряжений увеличивается по мере удлинения трещины. Если изучить поведение сжимающих напряжений σ_y вдоль линии действия внешних сил, то главной особенностью их распределения оказывается их почти нулевая чувствительность к наличию или изменению длины трещины разрыва. Незначительные колебания в их распределении вдоль трещины относительно исходного уровня σ_{y0} можно объяснить особенностями численного решения задачи в пакете Лира, когда

имеется сеточное разбиение изучаемой упругой области.

Важно еще раз отметить, что эти закономерности в распределении напряжений σ_x и σ_y вдоль трещины и далее на остальной части диаметра образца почти не зависят от его формы, что доказывает правомочность проведения испытаний бразильским методом не только круглых, но и образцов иной формы квадратных, прямоугольных и других, менее правильной формы (округлых, имеющих неровности на гранях и т.д.). Это значительно упрощает методику проведения испытаний для определения прочности горных пород и каменных материалов способом раскола образцов, поскольку резко снижает трудоемкость их предварительной обработки и подготовки. Основным требованием к образцам в таком случае остается необходимость придания им приблизительно

симметричной формы относительно линии действия сосредоточенных сил и ориентации их при испытаниях большим размерам перпендикулярно приложенным нагрузкам.

Из графиков видно, что распространение трещины от зарождения до полного разрушения образца можно разделить на этапы, различающихся механизмом ее роста. Начальный этап характеризуется небольшим НДС, соответственно и скоростью, т. к. трещина еще мала. Далее трещина продвигается с примерно постоянным ростом НДС и скоростью. И когда трещина имеет уже достаточно большие размеры (более 0,5 диаметра образца), скорость ее роста быстро увеличивается, и происходит практически мгновенное хрупкое разрушение.

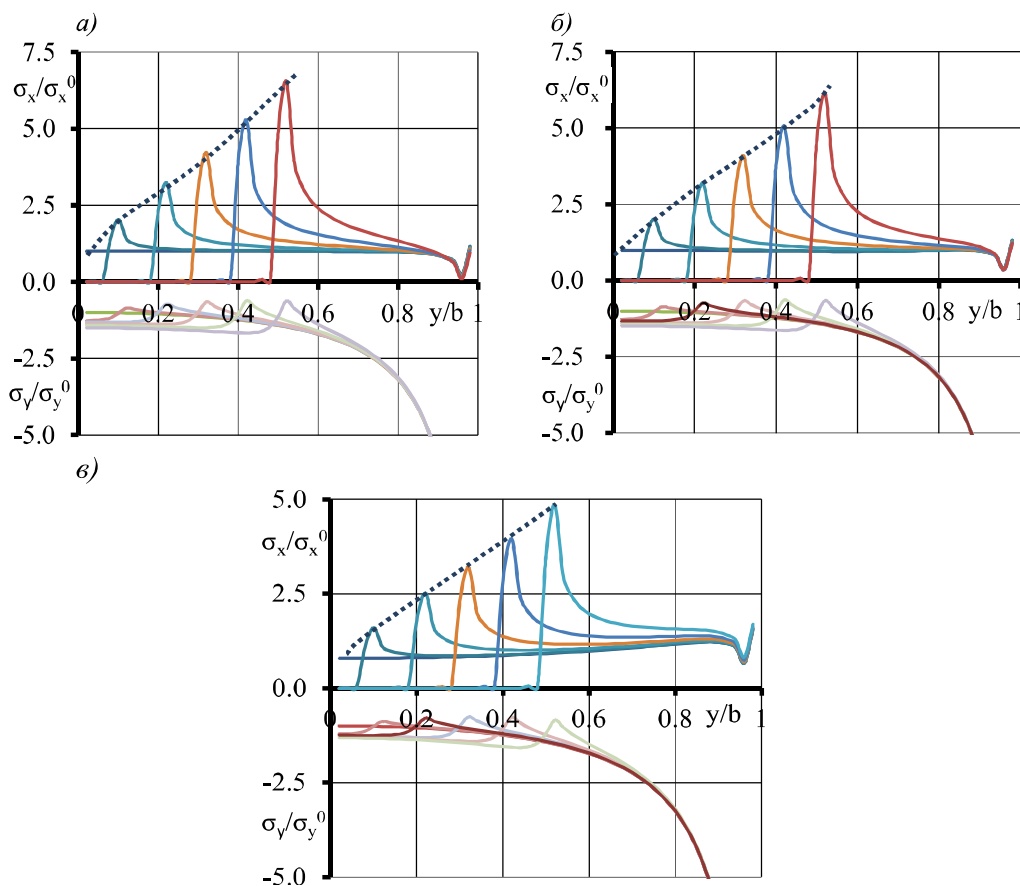
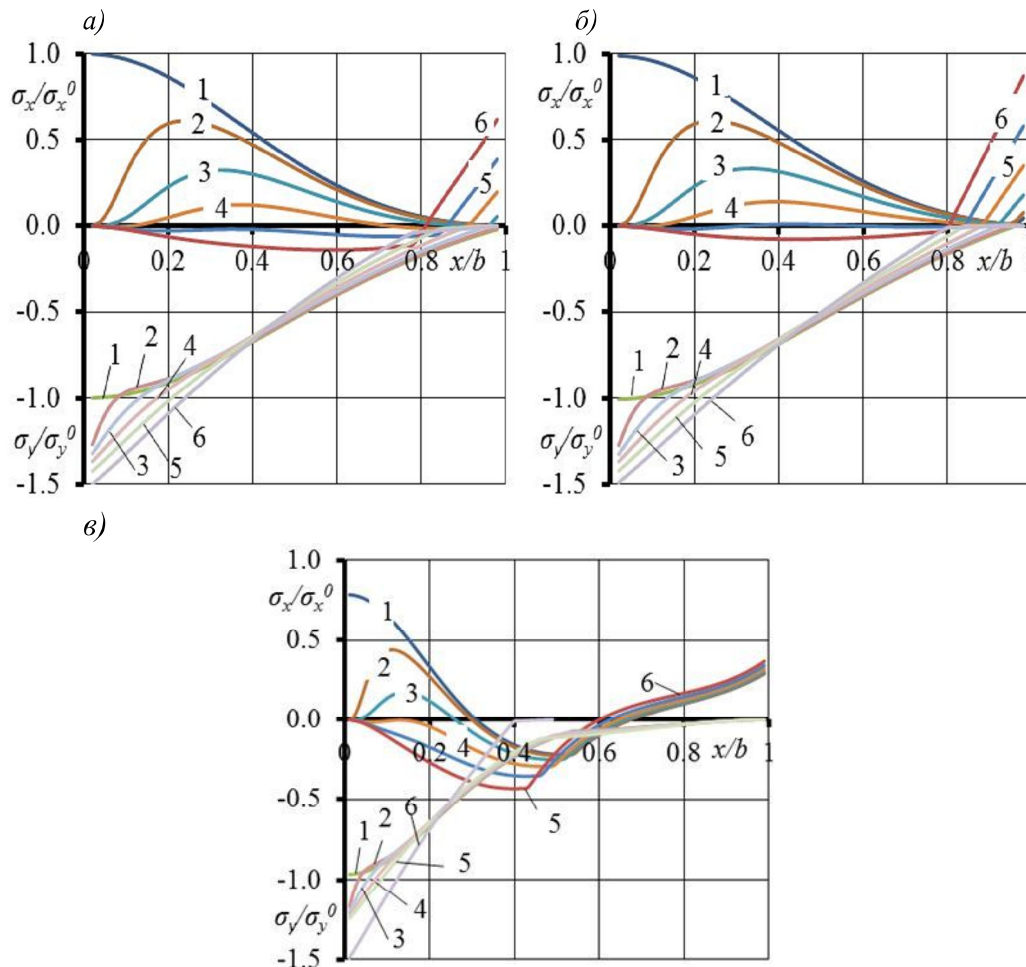


Рисунок 4 – Изменение напряженного состояния в круглом (а), квадратном (б) и прямоугольном (в) образцах по мере роста трещины разрыва вдоль оси y при их расколе



1 – без трещины, 2 – длина трещины 10% диаметра образца, 3 – длина трещины 20%, 4 – длина трещины 30 %, 5 – длина трещины 40%, 6 – длина трещины 50% соответственно.

Рисунок 5 – Изменение напряженного состояния в круглом (а), квадратном (б) и прямоугольном (в) образцах по мере роста трещины разрыва вдоль оси y при их расколе

Для суждения о закономерностях изменения концентрации вертикальных и горизонтальных напряжений вдоль оси x при $y = 0$ проанализируем графики (рис. 5) для образцов различной формы: круглого, квадратного и прямоугольного с соотношением высоты к ширине, равном 1,5. Рост вертикальной трещины (вдоль оси y) в образце существенным образом изменяет распределение горизонтальных напряжений σ_x вдоль горизонтальной оси $y = 0$ по сравнению с исходным σ_{x0} в образце без трещины. Чем больше длина трещины, тем меньше величина растягивающих напряжений σ_x , а их закон распределения вдоль оси y напоминает колоколообразную кривую, постепенно выполаживающуюся по

мере роста длины трещины. Что касается распределения вертикальных напряжений σ_y вдоль горизонтальной оси, то они почти не изменяются, если пренебречь незначительным их увеличением возле трещины по мере ее роста.

Сопоставление графиков показывает их почти полную идентичность в начале нагружения образца, когда трещина отсутствует, и схожесть их распределения вдоль горизонтального диаметра $y = 0$ после начала зарождения и движения трещины вверх. Общими закономерностями следует считать то, что при зарождении трещины отклонение составляет 10%, а с ее ростом отклонения незначительны.

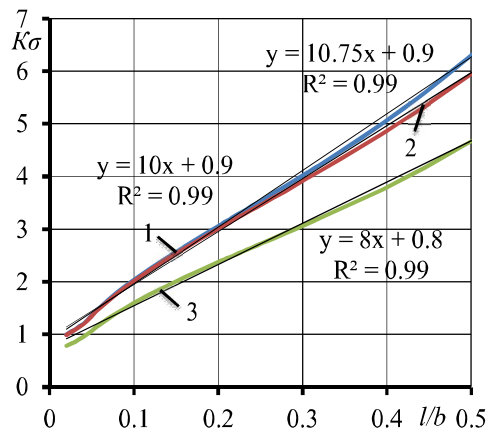


Рисунок 6 – Отклонения $\Delta\sigma_x$ растягивающих напряжений σ_x относительно теоретических σ_x^T в круговом образце 1– круг; 2 – прямоугольники с ξ : 2 – 1,0; 3 – 2,0

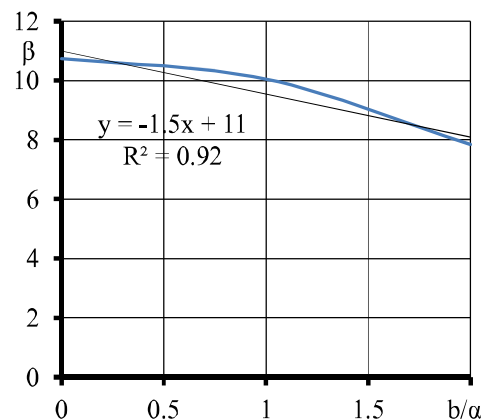


Рисунок 7 – Отклонения $\Delta\sigma_x$ растягивающих напряжений σ_x относительно теоретических σ_x^T в круговом образце при изменении формы образца b/a

Проведенное численное моделирование напряжённо-деформированного состояния показало, что оно зависит от соотношения сторон прямоугольного образца ξ (рис. 6, 7). Как и следовало ожидать, напряжения наименее отличаются от теоретических в квадратном образце, т.е. когда $\xi = 1$. Из графиков на рис. 4, 5 видно, что напряжение σ_x в центре образцов меняется незначительно по мере изменения формы образца. Если проследить за этим изменением вдоль оси y , где напряжения $\sigma_x > 0$, т.е. растягивающие, то оказывается, что отклонения растягивающих напряжений $\Delta\sigma_x$ от теоретического значения не превышают 1% в центре образца и, независимо от его

формы, увеличиваются по мере роста трещины.

Поэтому выполненные исследования доказывают возможность производить с достаточной точностью испытания на раскол не только образцов круглой формы, но и прямоугольного сечения с одним существенным ограничением: образцы не должны иметь коэффициент формы меньше 1, т.е. необходимо соблюдать условие $\xi > 1$ [9].

Чтобы учесть эти закономерности при проведении испытаний на раскол удлиненных вдоль оси x образцов, когда $\xi > 1$, следует при обработке полученных результатов внести поправку, учитывающую

это уменьшение растягивающих напряжений, в виде поправочной функции.

$$\sigma_x = f(\xi) \frac{P}{\pi R}, \quad (2)$$

где $\xi = a/b$ – отношение ширины образца к его высоте.

Обработка данных численного моделирования позволяет выполнить их обобщение и получить удобную эмпирическую зависимость для определения концентрации напряжений в вершине трещины по мере увеличения ее длины

$$K_\sigma = (10-1.1) \frac{l_m}{a} + 1, \quad (3)$$

$$\sigma_x = \sigma_x^o \left[(10-1.1) \frac{l_m}{a} + 1 \right], \quad (4)$$

где l_m – длина трещины, см;

a – ширина образца, см.

Точность формулы составляет $\pm 10\%$, $R^2=0,9$.

Анализ изменения напряженного состояния образцов позволяет сделать следующие выводы:

1. По мере роста длины трещины разрыва напряжение на ее кончике σ_x постоянно возрастает примерно по линейному (вплоть до длины, равной половине

диаметра образца), а затем по экспоненциальному законам.

2. Увеличение концентрации напряжений на кончике трещины свидетельствует, что после зарождения трещины в центре образца и вплоть до его разрушения трещина будет расти с ускорением даже при постоянном внешнем нагружении, поэтому критическим напряжением, инициирующим рост трещины следует считать растягивающее напряжение в центре образца любой формы до начала появления трещин;

3. Сравнение напряжений в образцах различной формы доказывает, что законы возрастания концентрации напряжений σ_x по мере роста трещин подобны, что позволяет обобщить вывод п. 1 на достаточно большой класс образцов при их испытании бразильским методом.

4. Напряжения сжатия σ_y в центре образцов различной формы (нижняя часть графиков на рис. 4) при начальном росте трещины почти не претерпевают изменения, а затем, когда длина трещины разрыва превышает половину диаметра, начинают ускоренно возрастать, что ведет к лавинообразному разрушению образца.

Библиографический список

1. Andreev G.E. A review of the Brazilian test for rock tensile strength determination. Part I: calculation formula // *Mining Science and Technology*. – Vol. 13, Issue 3. – December 1991. – P. 445–456.
2. Andreev G.E. A review of the Brazilian test for rock tensile strength determination. Part II: contact conditions // *Mining Science and Technology*. – Vol. 13, Issue 3. – December 1991. – P.457–465.
3. Sundaram P.N. Brazilian tensile strength of rocks with different elastic properties in tension and compression/ P.N. Sundaram, J.M. Corrales // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. – Vol. 17, Issue 2. – April 1980. – P.131–133.
4. Claessona J., Bohlolib B. Brazilian test: stress field and tensile strength of anisotropic rocks using an analytical solution // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – Vol. 39, Issue 8. – December 2002. – P. 991–1004.
5. Tavallali A. Effect of layer orientation on the failure of layered sandstone under Brazilian test conditions / A. Tavallali, A. Vervoort // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – Vol. 47, Issue 2. – February 2010. – P. 313–322.
6. Johnstone C. Dynamic testing of ceramics under tensile stress / C. Johnstone, C. Ruiz// *International Journal of Solids and Structures*. – Vol. 32, Issues 17–18. – September 1995. – P. 2647–2651, 2653–2656.
7. Cai M., Kaiser P.K. Numerical simulation of the brazilian test and the tensile strength of anisotropic rocks and rocks with pre-existing cracks // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – Vol. 41, Supplement 1. – May 2004. – P. 478–483.

8. Fairhurst C. On the validity of the 'Brazilian' test for brittle materials. - *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. – Vol. 1, Issue 4. – October 1964. – P. 535–546.

9. Литвинский Г.Г. Исследование влияния формы образца при испытаниях на раскол / Г.Г. Литвинский, Ю.Н. Бикяшева // *Сборник научных трудов ДонГТУ*. – Алчевск: ДонГТУ. – 2013. – Вып. 39. – С. 44-51.

Рекомендована к печати д.т.н., проф. Бабиюком Г. В.

Статья поступила в редакцию 05.11.13

д.т.н. Литвинський Г. Г., асп. Бікяшева Ю. Н. (ДонДТУ, м. Алчевськ, Україна)

ЗАКОНОМІРНОСТІ РОЗВИТКУ МАГІСТРАЛЬНОЇ ТРІЩИНИ ПРИ РОЗКОЛІ ПОРОДНИХ ЗРАЗКІВ

Вивчено напружено-деформований стан в зразках різної форми при їх розколі тріщиною в бразильському методі. Вирішена задача Герца методом кінцевих елементів із застосуванням програмного комплексу Ліра. Доведена можливість застосування методу розколу для зразків різної форми. Запропоновано аппроксімаційні рівняння для оцінки міцності порід на розкол.

Ключові слова: бразильський метод, розкол, задача Герца, стан напруження, міцність, тріщина, форма зразків.

Litvinsky G. G., Bikyashova J. (DonSTU, Alchevsk, Ukraine)

CONFORMITIES TO LAW OF DEVELOPMENT OF MAIN CRACK AT DISSIDENCE OF PEDIGREE STANDARDS

The stress-strain state in the different shape samples was studied if they are splitted by crack in the Brazilian method. Numerical simulation of the Hertz problem by the method of finite elements was used with help software system Lira. The possibility of using the split method of different shapes samples was proved. Approximate equation to estimate the strength of the split was proposed.

Keywords: Brazilian method, the split, the problem of Hertz, stress-straine state, strenght, crack, rock samples.