УДК 621.771.23.01

к.т.н. Закарлюка С.В., д.т.н. Руденко Е. А., к.т.н. Гончаров В. Е. (ДонНТУ, г. Донецк, ДНР, s-zak@mail.ru), д.т.н. Шевелев А. И. (ООО «Аякс 2010», г. Донецк, ДНР)

# УПРУГОЕ РАСТЯЖЕНИЕ НЕПЛОСКИХ ПОЛОС ДЛЯ БИКВАДРАТИЧНОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ ПО ШИРИНЕ

Получены зависимости, устанавливающие связь между напряжениями натяжения, максимальными напряжениями и параметрами неплоскостности полос при упругом растяжении для биквадратичного закона распределения напряжений. Дан сравнительный анализ полученных зависимостей и зависимостей для других законов распределения напряжений натяжения по ширине полосы. В случае частичного скрытия дефекта в растянутой полосе полученные зависимости позволяют более точно рассчитать напряжения и параметры неплоскостности и, соответственно, более правильно настроить режимы ее обработки (например, прокатки, цинкования, непрерывного отжига и др.).

*Ключевые слова:* тонкая полоса, упругое растяжение, волнистость, коробоватость, параметры неплоскостности, напряжения натяжения, биквадратичный закон напряжений по ширине.

Технология производства полос характеризуется деформацией металла с приложением сил натяжения. При упругом растяжении неплоских полос в процессе обизменяется работки ИХ напряженнодеформированное состояние. Неравномерно распределяются напряжения натяжения по ширине проката, достигая максимума в центре для волнистых и по кромкам для коробоватых полос. Также изменяются основные параметры неплоскостности: высота и длина волны, характеризующие уровень дефекта формы. В случае натяжения неплоской полосы в упругой области величина дефекта может значительно изменяться и частично скрываться [1], что снижает точность контроля неплоскостности. Это наиболее актуально при контроле неплоскостности [2, 3] и обработке холоднокатаной полосы с относительно низким уровнем натяжения [4, 5] с различными законами распределения вытяжек и напряжений по ширине проката.

Известен ряд теоретических зависимостей параметров неплоскостности от натяжения полосы в основном для квадратичного и синусоидального законов распределения напряжений натяжения по ширине [1, 6]. Известен также биквадратичный закон распределения напряжений по ширине полосы, который может встречаться в том числе при обработке холоднокатаной полосы. Однако для этих условий отсутствуют теоретические зависимости для расчета напряженно-деформированного состояния и параметров волнистости и коробоватости неплоских полос при растяжении.

Как показали исследования, представленные в работах [1, 4, 6], вид закона распределения неравномерности напряжений по ширине полосы существенно влияет на величину максимальных напряжений натяжения и параметры неплоскостности.

**Целью** настоящей работы является получение зависимостей для расчета максимальных напряжений натяжения и параметров неплоскостности при упругом растяжении полос для биквадратичного закона распределения напряжений по ширине проката.

При упругом растяжении неплоских полос величина неплоскостности умень-

шается за счет упругой деформации кромок (для коробоватости) или середины (для волнистости). После уменьшения натяжения полоса в упругой области деформируется в обратном порядке [1, 6], то есть величина параметров неплоскостности (высота волны, длина волны) возвращается в исходное состояние. При этом в процессе упругого растяжения изменяется и напряженно-деформированное состояние неплоской полосы.

Воспользовавшись методикой, изложенной в работе [1], вывели зависимость для расчета максимальных напряжений натяжения  $\sigma_{max}$  при биквадратичном законе распределения напряжений  $\sigma_x$  по ширине полосы с симметричной неплоскостностью (рис. 1).

Рассмотрели биквадратичный закон распределения  $\sigma_x$  по ширине полосы в виде:

– для волнистой полосы

$$\sigma_x = \Delta \sigma \left( 1 - \frac{16x^4}{B^4} \right); \tag{1}$$

- для коробоватой полосы

$$\sigma_x = \Delta \sigma \left( \frac{16(x - B/2)^4}{B^4} \right), \qquad (2)$$

где Δσ — неравномерность напряжений натяжения между кромками и серединой полосы при натяжении, когда напряжения

при растяжении распределяются по всей ширине; *В* — ширина полосы; *х* — координата по ширине полосы.

В формулах (1), (2)  $\Delta \sigma$  выразили через параметры неплоскостности с учетом работ [5, 6] в виде

$$\Delta \sigma = \alpha E \left( \frac{A_0 \pi}{2\lambda_0} \right)^2, \qquad (3)$$

где  $A_0$  и  $\lambda_0$  — амплитуда и период неплоскостности полосы, находящейся без натяжения; E — модуль упругости материала полосы;  $a \approx 1$  — коэффициент, учитывающий материальную связь участков по ширине полосы.

Учитывая, что площадь эпюры напряжений натяжения по ширине полосы равна величине силы натяжения T (заштрихованная область на рисунке 1), с учетом толщины полосы h, и выразив x из выражений (1) и (2), получили:

– для волнистой полосы

$$T = 2h \int_{\Delta\sigma - \sigma_{\text{max}}}^{\Delta\sigma} \left( \frac{B}{2} \frac{\left(\Delta\sigma - \sigma_x\right)^{1/4}}{\left(\Delta\sigma\right)^{1/4}} \right) d\sigma_x; \quad (4)$$

- для коробоватой полосы

$$T = 2h \int_{\Delta\sigma - \sigma_{\text{max}}}^{\Delta\sigma} \left( \frac{B}{2} - \frac{B}{2} \frac{(\sigma_x)^{1/4}}{(\Delta\sigma)^{1/4}} \right) d\sigma_x.$$
(5)



Рисунок 1 Эпюра распределения напряжений натяжения по ширине при упругом растяжении полосы с симметричной волнистостью (а) и коробоватостью (б)

Учли, что напряжение натяжения равно

$$\sigma_{y\partial} = \frac{T}{Bh}.$$
 (6)

После интегрирования и преобразования выражений (4), (5) с учетом (6) получили зависимости, из которых рассчитали максимальные напряжения  $\sigma_{max}$  по ширине полосы для биквадратичного закона  $\sigma_x$ :

- для волнистой полосы

$$\sigma_{y\partial} = \frac{4(\sigma_{\max})^{5/4}}{5(\Delta\sigma)^{1/4}};$$
(7)

– для коробоватой полосы

$$\sigma_{y\partial} = \sigma_{\max} - \frac{4}{5}\Delta\sigma + \frac{4}{5}\frac{(\Delta\sigma - \sigma_{\max})^{5/4}}{(\Delta\sigma)^{1/4}}.$$
(8)

Полученные зависимости (7), (8) справедливы при  $\Delta \sigma \leq \sigma_{max}$  и  $\sigma_{max} < \sigma_{T}$ , где  $\sigma_{T}$  предел текучести материала полосы. При  $\Delta \sigma > \sigma_{max}$  полоса будет находиться в плоском состоянии со скрытым дефектом. На рисунках 2, 3 приведены зависимости максимальних напряжений натяжения  $\sigma_{max}$  от напряжения натяжения  $\sigma_{yg}$  для различных величин амплитуды неплоскостности (при  $\lambda_0 = 1000$  мм,  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа для стальних полос).

Из рисунков 2 и 3 следует, что с увеличением напряжения натяжения  $\sigma_{yg}$  и величины амплитуды неплоскостности при растяжении неплоских полос максимальные напряжения натяжения  $\sigma_{max}$  возрастают и значительно превышают  $\sigma_{yg}$ . Также следует, что для коробоватой полосы (при одном и том же  $\sigma_{yg}$ ) максимальные напряжения натяжения  $\sigma_{yg}$  в несколько раз больше, чем для волнистой полосы.

Для установления связи между параметрами неплоскостности до и после приложения натяжения при упругом растяжении использовали зависимость, представленную в работах [5, 6] в виде

$$\frac{A}{\lambda} = \sqrt{\left(\frac{A_0}{\lambda_0}\right)^2 - \frac{4\sigma_{\max}}{\alpha E \pi^2}},$$
(9)

где A,  $\lambda$  — амплитуда и период неплоскостности после приложения натяжения к полосе;  $\sigma_{\text{max}}$  — определили в зависимости от вида дефекта по формулам (7), (8). Если  $\lambda_0 = \lambda$ , то зависимость (9) упрощается:

$$A = \sqrt{\left(A_0\right)^2 - \frac{4\lambda_0^2 \sigma_{\max}}{\alpha E \pi^2}}.$$
 (10)

С использованием уравнений (7), (8) и (10) установили зависимость параметров волнистости и коробоватости стальной полосы от напряжения натяжения для различной исходной величины неплоскостности (рис. 4, 5).



Рисунок 2 Изменение максимальных напряжений натяжения при упругом растяжении волнистой полосы (при биквадратичном законе распределения напряжений натяжения  $\sigma_x$ )





Рисунок 3 Изменение максимальных напряжений натяжения при упругом растяжении коробоватой полосы (при биквадратичном законе распределения напряжений натяжения σ<sub>x</sub>)



Рисунок 4 Изменение амплитуды волнистости при упругом растяжении неплоской полосы

Из рисунков 4, 5 следует, что с увеличением напряжения натяжения величина амплитуды неплоскостности снижается и при определенном  $\sigma_{y_{d}}$  полоса становится плоской (с полностью скрытым дефектом, A=0). В случае упругой деформации неплоской полосы при снятии натяжения величина неплоскостности возвращается в исходное состояние. Кроме того, величина амплитуды волнистости при растяжении полосы снижается менее интенсивно, чем амплитуда коробоватость. скрывается в растянутой полосе значительно раньше, чем волнистость.

Провели сравнительный анализ напряженно-деформированного состояния полосы с биквадратичным законом  $\sigma_x$  с другими законами распределения напряжений по ширине неплоской полосы.

На рисунке 6 приведено распределение напряжений натяжения по ширине волнистой и коробоватой полос для биквадратичного, квадратичного и синусоидального законов  $\sigma_x$  [6] для симметричной модели не-

плоскостности. Приведенные кривые описываются следующими зависимостями  $\sigma_x$ :

1) для биквадратичного закона формула (1) для волнистости, формула (2) — для коробоватости;

2) для квадратичного закона:

– для волнистости

$$\sigma_x = \Delta \sigma \left( 1 - \frac{4x^2}{B^2} \right); \tag{11}$$

- для коробоватости

$$\sigma_x = \Delta \sigma \left( \frac{4x^2}{B^2} - \frac{4x}{B^2} + 1 \right); \qquad (12)$$

 для синусоидального закона для волнистости и коробоватости

$$\sigma_x = \frac{\Delta\sigma}{2}\cos\frac{2\pi x}{B} + \frac{\Delta\sigma}{2}.$$
 (13)

Сравнили зависимости для расчета максимальных напряжений натяжения  $\sigma_{max}$  от напряжения натяжения  $\sigma_{yg}$  для различных законов  $\sigma_x$ : 1) для биквадратичного закона для волнистости — по формуле (7), для коробоватости — по формуле (8);

2) для квадратичного закона:

- для волнистости — из работы [6]:

$$\sigma_{y\partial} = \frac{2(\sigma_{\max})^{3/2}}{3(\Delta\sigma)^{1/2}}; \qquad (14)$$

- для коробоватости

$$\sigma_{y\partial} = \sigma_{\max} - \frac{2}{3}\Delta\sigma + \frac{2}{3}\frac{(\Delta\sigma - \sigma_{\max})^{3/2}}{(\Delta\sigma)^{1/2}}; (15)$$

3) для синусоидального закона для волнистости и коробоватости

$$\sigma_{y\partial} = \frac{\Delta\sigma}{2\pi} \left[ \left( \frac{2\sigma_{\max}}{\Delta\sigma} \right) \arccos\left( 1 - \frac{2\sigma_{\max}}{\Delta\sigma} \right) + \frac{2\sigma_{\max}}{\Delta\sigma} \left( 1 - \frac{2\sigma_{\max}}{\Delta\sigma} \right) \right]$$
(16)

С учетом приведенных зависимостей (7), (8), (14), (15) и (16) построили графики для волнистости (рис. 7) и коробоватости (рис. 8) для различных законов  $\sigma_x$  распределения по ширине полосы.



Рисунок 5 Изменение амплитуды коробоватости при упругом растяжении неплоской полосы









. — неплоское состояние полосы, \_ \_ \_ \_ Плоское состояние полосы со скрытой неплоскостностью

Рисунок 7 Зависимость максимальных напряжений натяжения от напряжения натяжения для волнистости и различных законов распределения σ<sub>x</sub>: 1 — биквадратичного, 2 — квадратичного, 3 — синусоидального



- неплоское состояние полосы, - - - плоское состояние полосы со скрытой неплоскостностью

Рисунок 8 Зависимость максимальных напряжений натяжения от напряжения натяжения для коробоватости и различных законов распределения σ<sub>x</sub>: 1 — биквадратичного, 2 — квадратичного, 3 — синусоидального

Из рисунков 7, 8 видно, что при одном и том же напряжении натяжения наибольшие максимальные напряжения натяжения по кромкам полосы наблюдаются для коробоватости при биквадратичном законе  $\sigma_x$ , наименьшие — при синусоидальном законе  $\sigma_x$ . В случае растяжения волнистой полосы  $\sigma_{max}$  будут наименьшими в центральной части проката для биквадратичного закона  $\sigma_x$ . Это необходимо учитывать, в частности, при назначении режимов натяжения неплоских полос для снижения их обрывности.

Сравнили зависимости для расчета амплитуды неплоскостности А от напряже-

ния натяжения  $\sigma_{ya}$  для различных законов  $\sigma_x$  с учетом зависимости (9), в которой  $\sigma_{max}$  рассчитывали по зависимостям (7), (8), (14), (15) и (16) (рис. 9, 10).

Из рисунка 9 следует, что для волнистых полос при одном и том же напряжении натяжения  $\sigma_{yd}$  наибольшее значение амплитуды соответствует биквадратичному закону  $\sigma_x$ . Данные рисунка 10 свидетельствуют о том, что для коробоватых полос при одном и том же напряжении натяжения  $\sigma_{yd}$ наибольшее значение амплитуды соответствует синусоидальному закону  $\sigma_x$ .



Рисунок 9 Зависимость амплитуды волнистости от напряжения натяжения для различных законов распределения σ<sub>x</sub>: 1 — биквадратичного, 2 — квадратичного, 3 — синусоидального



Рисунок 10 Зависимость амплитуды коробоватости от напряжения натяжения для различных законов распределения σ<sub>x</sub>: 1 — биквадратичного, 2 — квадратичного, 3 — синусоидального

# Выводы и направление дальнейших исследований:

1. Получены теоретические зависимости для расчета максимальных напряжений натяжения и параметров волнистости и коробоватости для биквадратичного закона распределения напряжений по ширине полосы. Использование этих зависимостей позволит повысить точность контроля параметров неплоскостности при упругом растяжении полос и, соответственно, более правильно определить режимы их обработки.

2. Сравнительный анализ полученных и известных зависимостей для различных за-

конов распределения напряжений по ширине полосы позволит выявить неплоский прокат, в котором возникают напряжения максимального уровня при растяжении. Это имеет практическое значение для назначения режимов обработки неплоских полос, в частности для снижения их обрывности, например при непрерывном отжиге.

3. Направление дальнейших исследований связано с получением теоретических зависимостей напряженно-деформированного состояния при упругом растяжении полос с несимметричной неплоскостностью.

### Библиографический список

1. Закарлюка, С. В. Изменение параметров неплоскостности при упругом растяжении полос [Текст] / С. В. Закарлюка, Ю. И. Юрченко, В. Е. Гончаров // Моделирование и развитие процессов обработки металлов давлением : междунар. сб. науч. тр. — Магнитогорск, 2018. — Вып. 24. — С. 3–12.

2. Tran, D. C. Experimental and numerical modeling of flatness defects in strip cold Rolling [Text] / D. C. Tran, N. Tardif, A. Limam // International Journal of Solids and Structures. — 2015. — Vol. 69–70. — P. 343–349.

3. Nakhoul, R. Manifested flatness defect prediction in cold rolling of thin strips [Text] / R. Nakhoul, P. Montmitonnet, N. Legrand // International Journal of Material Forming. — 2015. — Vol. 8 (2). — P. 283–292.

4. Божков, А. И. Формирование плоскостности полос при рекристаллизационном отжиге [Текст] : учебное пособие / А. И. Божков. — Липецк : Изд-во Липецкого государственного технического университета, 2019. — 67 с.

5. Molleda, J. On-Line Flatness Measurement in the Steelmaking Industry [Text] / J. Molleda, R. Usamentiaga, D. F. Garcia // Sensors. — 2013. — Vol. 13. — P. 10245–10272.

6. Упругое растяжение неплоских полос при синусоидальном законе распределения напряжений [Текст] / Е. А. Руденко, С. В. Закарлюка, В. Е. Гончаров и др. // Физика и техника высоких давлений. — 2020. — Том 30. — № 2. — С. 88–97.

© <u>Закарлюка С. В.</u> © <u>Руденко Е. А.</u> © <u>Гончаров В. Е.</u> © Шевелев А. И.

Рекомендована к печати к.т.н., доц. каф. ЦМиКМ ДонНТУ Корицким Г. Г., к.т.н., доц., зав. каф. ОМДиМ ДонГТИ Денищенко П. Н.

Статья поступила в редакцию 02.02.2023.

PhD in Engineering Zakarlyuka S. V., Doctor of Technical Sciences Rudenko E. A., PhD in Engineering Goncharov V. E. (DonNTU, Donetsk, DPR, s-zak@mail.ru), Doctor of Technical Sciences Shevelev A. I. (OOO «Ajax 2010», Donetsk, DPR)

# ELASTIC EXTENSION OF NON-FLAT STRIPS FOR A BIQUADRATIC LAW OF STRESS DISTRIBUTION OVER THE STRIP WIDTH

The dependencies determining the relationship between tension stresses, maximum stresses and strip flatness parameters under elastic tension for the biquadratic law of stress distribution have been obtained. A comparative analysis of the obtained dependencies with the dependencies for other laws of strip width tension distribution is given. In the case of partial concealment of a defect in the strip, the obtained dependences allow to calculate more accurately the stresses and parameters of the nonuniformity and, accordingly, to adjust more correctly the modes of its processing (for example, rolling, galvanizing, continuous annealing, etc.).

*Key words:* thin strip, elastic tension, waviness, corrugation, non-flatness parameters, tension stresses, biquadratic law of stresses in width.